

AGRÉGATION DES PRÉFÉRENCES ET DÉCISION COLLECTIVE

Cours 6b

Présentation

- Je souhaite réaliser une méthode automatique de construction d'emploi du temps.
- Chaque agent a son utilité propre. Indépendamment de la méthode, quelle solution choisir?
- Comment agréger les préférences des agents?
 - Comment les agréger pour former une fonction d'utilité globale (bien-être social)?
 - Comment les agréger pour décider de façon collective? (vote)

Agrégation des préférences : Bien-être social

- Seule certitude: la solution sera un optimum de Pareto
 - Sinon, on pourrait par définition trouver une solution qui serait meilleur pour un agent et aussi bonne pour les autres.
- Avantage de l'optimum de Pareto: on ne compare jamais les valeurs des utilités de deux agents, seul l'ordre est considéré
 - La fonction d'utilité peut être une fonction d'utilité ordinale.
- Les fonctions de bien-être social suppose de pouvoir comparer les utilités (contrairement aux fonctions de vote)
 - Affecter une utilité de 12,5 au lieu de 12 peut avoir un impact sur le résultat de l'affectation même si cela ne change rien à l'ordre des préférences
 - Cela n'est pas gênant lorsqu'il est possible d'associer une valeur monétaire à une solution (par exemple en ou entre entreprises)

J1	100	12	80	43
J2	10	12	1	30
J3	15	20	2	50
J4	2	15	85	10

Décision collective

- Présentation
- Bien-être social
 - Fonction utilitariste
 - Fonction égalitaire
 - Fonction élitiste
 - Fonction équitable
- Décision collective
 - Méthodes de vote
 - Paradoxes
 - Votes pondérés

Fonction utilitariste

- Définition: $sw_u(A) = \sum_{i \in \mathcal{P}} u_i(\mathcal{R}_i)$.

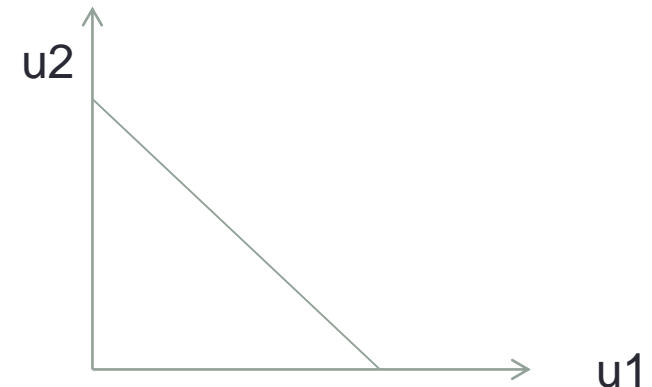
- Avantages:

- Simple à calculer
- (Relativement) simple à optimiser (linéaire)
- Naturelle dans de nombreux cas (par exemple quand les utilités sont monétaires)
- Évolution connue de façon décentralisée

- Limites

- Pas de dimension égalitaire
- (1000,0) est préféré à (499,499)

J1	100	12	80	43
J2	10	12	1	30
J3	15	20	2	50
J4	2	15	85	10



Exemple: la valorisation du temps de transport

- Extrait du rapport d'analyse socio-économique du Tramway T3:

2.2. Le bilan économique pour la collectivité

Le bilan socio-économique pour l'ensemble de la collectivité a été établi sur la base des coûts unitaires suivants aux conditions économiques du 1er janvier 2007 :

Valeur du temps :	16 €
Coût d'utilisation de la voiture particulière	0,279 € véhxkm
Taux d'occupation de la voiture particulière	1,29
Amortissement du coût de création d'une place de stationnement et frais d'exploitation	3 328 € (Paris) 1 737 € (petite couronne) 426 € (grande couronne)
Décongestion de la voirie	0,125 heure/véhxkm
Diminution des coûts sociaux liés à la circulation automobile : bruit, pollution et effet de serre	Bruit : 0,027 €/véhxkm Pollution : 0,020 €/véhxkm Effet de serre : 0,008 €/véhxkm
Sécurité	0,008 €/véhxkm
Entretien de la voirie	0,023 €/véhxkm

L'ensemble des avantages pour la collectivité apportés, la première année d'exploitation, par la mise en service du projet, se décompose comme suit :

- **40,40 M€ pour la valorisation des gains de temps généralisés annuels des utilisateurs des transports en communs après la mise en service de la ligne,**
- **38,25 M€ de diminution des dépenses liées aux reports d'utilisation de la voiture particulière vers les transports en commun, qui se décomposent ainsi, suivant les modalités de prise en compte du projet de transport par le STIF :**
 - économie de dépense d'utilisation de la voiture particulière (dépenses directes et gains de sécurité) **3,77 M€**
 - gains de décongestion de la voirie **17,52 M€**
 - gains sur les dépenses de stationnement **15,86 M€**
 - diminution des dépenses d'entretien de la voirie **0,30 M€**
 - réduction des coûts sociaux (bruit, pollution, effet de serre) **0,81 M€**
- **13,88 M€ de dépenses supplémentaires d'exploitation de la ligne,**
- **4,50 M€ de frais de mise en service.**

soit un total de gains annuels de 60,27 M€.

Fonction égalitaire

J1	100	12	80	43
J2	10	12	1	30
J3	15	20	2	50
J4	2	15	85	10

- Présentation $sw_e(A) = \min_{i \in \mathcal{P}} u_i(\mathcal{R}_i)$
- Avantages
 - Le plus faible est favorisé
- Limites
 - Même pas un ordre lexicographique
 - Calcul global nécessaire
 - (100,100) est préféré à (10000000,99)

Fonction élitiste

J1	100	12	80	43
J2	10	12	1	30
J3	15	20	2	50
J4	2	15	85	10

- Présentation $sw_{el}(A) = \max_{i \in \mathcal{P}} u_i(\mathcal{R}_i)$
- Avantages
 - Peut être utile dans le cas d'agents artificiels, si l'objectif doit être rempli quel que soit l'agent
- Limites
 - (10,0,0,0) meilleur que (9,9,9,9)
 - Calcul global nécessaire

Bien être de Nash

- Présentation

$$sw_n(A) = \prod_{i \in \mathcal{P}} u_i(\mathcal{R}_i)$$

- Avantages

- Intermédiaire entre égalitaire et utilitariste
- L'effet d'un changement individuel sur la fonction global peut être déduit localement
 - Ce n'est pas vrai pour le min et le max
 - Dans ce cas, la fonction globale n'a jamais besoin d'être calculée

- Limites

- Complexe à optimiser de façon centralisé

J1	100	12	80	43
J2	10	12	1	30
J3	15	20	2	50
J4	2	15	85	10
<i>Util</i>	127	59	168	133
<i>Max</i>	100	20	85	50
<i>Min</i>	2	12	1	10
<i>Nash</i>	30000	43200	13600	645000

Exemple d'application aux SMA: utilisation du bien être de Nash dans un réseau d'échange

- [Nongaillard 2010,2011,2012]
- Étude de l'effet du réseau et des règles d'échange sur la fonction de bien-être.
- Les agents font des échanges (n:n) ou des dons (0:n) de biens.
- Les agents sociaux maximisent l'utilité globale, les agents rationnels, leur propre utilité
- Efficacité des négociations (bien être de Nash et bien être égalitaire):

Social graph kind	Rational				Social							
	$\langle 1, 1 \rangle$		up to $\langle 2, 2 \rangle$		$\langle 1, 0 \rangle$		$\langle 1, 1 \rangle$		up to $\langle 1, 1 \rangle$		up to $\langle 2, 2 \rangle$	
Complet	99.9	0.33	100.1	0.27	101.6	0.06	100.1	0.31	101.7	0.02	101.7	0.02
Grille	97.0	0.44	97.5	0.40	99.6	0.14	98.2	0.37	99.7	0.14	99.7	0.14
Erdős-Rényi	99.6	0.33	99.8	0.28	101.4	0.6	99.9	0.32	101.6	0.2	101.6	0.2
Petit-monde	97.2	0.46	98.0	0.38	100.2	0.13	98.9	0.37	100.40	0.12	100.4	0.12

Social graph kind	Rational		Social			
	$\langle 1, 1 \rangle$	$\leq \langle 2, 2 \rangle$	$\langle 1, 0 \rangle$	$\langle 1, 1 \rangle$	$\leq \langle 1, 1 \rangle$	$\leq \langle 2, 2 \rangle$
Complete	19.3	20.8	78.5	24.1	99.9	99.9
Grid	13.9	14.6	66.2	23.6	80.2	80.6
Erdős-Rényi	17.4	20.2	77.3	23.8	96.1	96.6
Small world	13.1	13.9	63.8	23.4	78.1	78.2

Décision collective

- Présentation
- Bien-être social
 - Fonction utilitariste
 - Fonction égalitaire
 - Fonction élitiste
 - Fonction équitable
- Décision collective
 - Méthodes de vote
 - Paradoxes
 - Votes pondérés

Décision collective: méthodes de vote

- Objectif
 - 3 candidats, 1000 votants.
 - Qui choisir?
 - Quelles procédure de sélections choisir?

Exemple 2

Candidat <i>Parti politique</i>	Voix	% des exprimés		Voix	% des exprimés
Lionel Jospin <i>Parti socialiste, soutenu par Radical</i>	7 098 191	23,30 %		14 180 644	47,36 %
Jacques Chirac <i>Rassemblement pour la République</i>	6 348 696	20,84 %		15 763 027	52,64 %
Édouard Balladur <i>Union pour la démocratie française (dissident du Rassemblement pour la République)</i>	5 658 996	18,58 %			
Jean-Marie Le Pen <i>Front national</i>	4 571 138	15,00 %			
Robert Hue <i>Parti communiste</i>	2 632 936	8,64 %			
Arlette Laguiller <i>Lutte ouvrière</i>	1 615 653	5,30 %			
Philippe de Villiers <i>Mouvement pour la France</i>	1 443 235	4,74 %			
Dominique Voynet <i>Les Verts</i>	1 010 738	3,32 %			
Jacques Cheminade <i>Parti ouvrier européen</i>	84 969	0,28 %			

J > B > C	71
B > J > C	18
B > C > J	38
C > B > J	63

Exemple simple

- Qui gagne?

	1	2	3
W1	A	B	C
W2	C	A	B
W3	B	C	A

- N votant
- O: Ensemble de candidats

Condition de Condorcet

- Condition de Condorcet: Si un candidat x est choisi, alors pour tout autre candidat y , il doit y avoir au moins 50% des votants qui préfèrent x à y .
- L'ensemble de Condorcet est l'ensemble des candidats qui remplissent la condition de Condorcet.

- $A > B > C > A$

	1	2	3
W1	A	B	C
W2	C	A	B
W3	B	C	A

Ensemble de Smith

- L'ensemble de Smith est le plus petit ensemble de candidats S vérifiant,

$$\forall o' \notin S, \#(o \succ o') \geq \#(o' \succ o)$$

- Chacun des candidat de l'ensemble respecte la condition de Condorcet si on exclue les meilleurs.
- Si l'ensemble de Condorcet n'est pas vide, ils sont identique
- Si l'ensemble est vide, l'ensemble de Smith contient le « top cycle »

Méthodes de votes simples

- Un homme = Une voix
 - Élection uninominale à un tour
 - Ex: senat américain
 - Le gagnant est celui qui a le plus de voix
 - Peu de pouvoir d'expression
- Un homme = n voix (il peut voter pour autant de candidats qu'il veut)
 - Toujours peu d'expression (pas de classement)
 - Bonnes propriétés globales si c'est suffisant
- Uninominal avec élimination: chaque votant a une voix. A chaque tour, le candidat avec le moins de voix est éliminé
 - Ex: Jeux olympiques
 - Extension: élection uninominale à 2 tours

J > B > C	71
B > J > C	18
B > C > J	38
C > B > J	63

Méthode de Borda

J	160
B	246
C	164

J > B > C	71
B > J > C	18
B > C > J	38
C > B > J	63

- Principe:
 - Chaque votant fourni un classement complet
 - Le candidat classé ième a $n-i$ points ($n-1$ points pour le 1^{er}, ...)
 - Le vainqueur est le candidat avec le plus de points
- Méthode de Nanson
 - Identique à Borda, mais élimine le dernier candidat et recalcule jusqu'à ce qui n'en reste qu'un
 - *Avantage: Donne un candidat de l'ensemble de Condorcet s'il est non vite, et de Smith sinon*
- Ex proche: élection du ballon d'or 2010
 - 5*208 votants
 - 5 premiers classés

Exemples de problèmes

- 499 agents: $a \succ b \succ c$
- 3 agents: $b \succ c \succ a$
- 498 agents: $c \succ b \succ a$

- b est le vainqueur de Condorcet
- Le vote simple donne a
- Le vote simple avec élimination donne c
- Borda et Nanson donnent b

Exemple de problème

- Sensibilité à un mauvais candidat:
- 35 agents: $a \succ c \succ b$
- 33 agents: $b \succ a \succ c$
- 32 agents: $c \succ b \succ a$
- Simple?
- Simple avec élimination?
- Borda?
- Nanson?
- Et si on retire c?

Exemple 2: Sondage post-election avril 2012

		JLM	FH	FB	NS	MLP	
JLM	10,8	66	17	1	0	10	JLM>FH>MLP>FB>NS
FH	28,6	5,1	82	2,1	2	5	FH>JLM>MLP>FB>NS
FB	8,9	3	9	67	12	6	FB>NS>FH>MLP>JLM
NS	27	0	1	4	84	10	NS>MLP>FB>FH>JLM
MLP	19	0	2	0,1	2,1	96	MLP>NS>FN>FB>JLM

- Simple?
- Simple avec élimination?
- Simple à 2 tours (uninominal à 2 tours)
- Borda?
- Nanson?

Cas extrême

- Retirer un candidat inverse le classement de Borda:
- 3 agents: $a \succ b \succ c \succ d$
- 2 agents: $b \succ c \succ d \succ a$
- 2 agents: $c \succ d \succ a \succ b$
- $c \succ b \succ a \succ d$ (13/12/11/6)
- Si on retire d:
- $a \succ b \succ c$ (8/7/6)

Théorème d'impossibilité de Arrow

- Si il y a plus de 3 candidats Il est impossible de définir une fonction de choix social \succ_W qui respecte les conditions suivantes:
- Optimalité de Pareto (EP):
 - Si pour tout votant i $o_1 \succ_i o_2$ alors $o_1 \succ_W o_2$
- Indépendance aux alternatives irrelevantes (IAI): Le classement de \succ_W ne doit dépendre que des classements des agents
 - pour que $a \succ_W b$ change, il faut que la relation de préférence entre a et b change pour au moins un agent
- Non dictatoriale (ND):
 - Il n'existe pas un agent dont l'ordre des préférence détermine exactement l'ordre \succ_W .

Solutions

- Relâcher une hypothèse
- Utiliser une méthode de ranking
 - Les votants et les candidats sont les mêmes
 - Voter pour/contre: un homme = n voix
 - Chacun réalise une partition de O
 - Respecte les trois propriétés

Votes pondérés

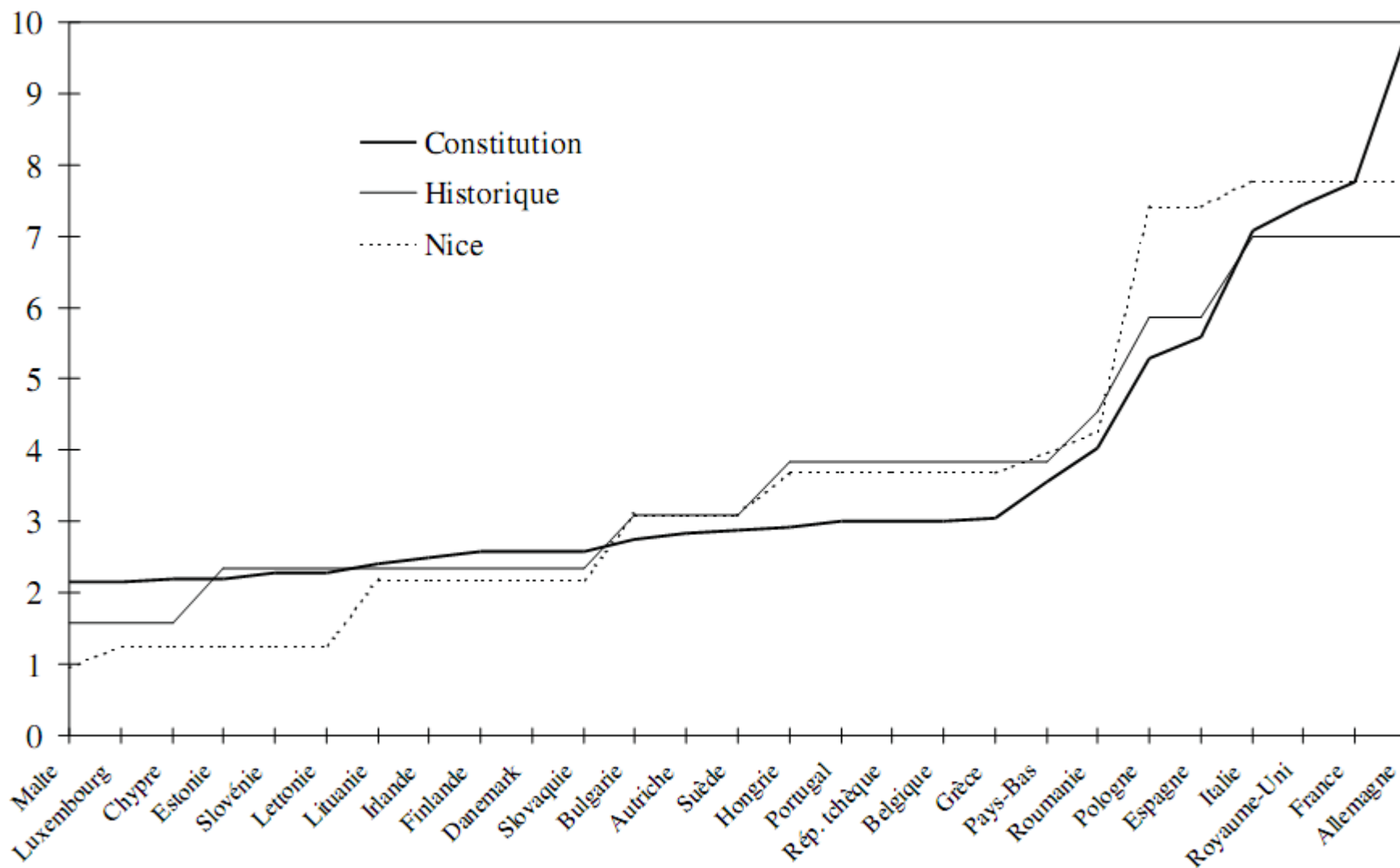
- Chaque votant i a un poids w_i
- Le vote est validé si un quota q de votants sont d'accord
- Un jeu de vote pondéré se note donc
 - $\langle q; w_1, \dots, w_n \rangle$
- Nombreuses utilisations
 - Union européenne
 - $G_1 = \langle 255; 29, 29, 29, 29, 27, 27, 14, 13, \dots \rangle$
- La valeur de Shapley mesure le poids d'un votant

$$sh(a_i) = \frac{1}{n!} \sum_{\sigma \in \mathcal{S}(n)} \mu_i(c_i(\sigma))$$

UE-27 en 2010	Historique	Nice	Constitution	
<i>Critère</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>N</i>	<i>P*</i>
Seuils	95	255	15**	650
Seuils en %	70,9%	73,9%	55%	65%
Total UE-27	134	345	27	1000
Allemagne	10	29	1	169
France	10	29	1	131
Royaume-Uni	10	29	1	124
Italie	10	29	1	116
Espagne	8	27	1	85
Pologne	8	27	1	79
Roumanie	6	14	1	45
Pays-Bas	5	13	1	34
Grèce	5	12	1	22
Belgique	5	12	1	21
Rép. tchèque	5	12	1	21
Portugal	5	12	1	21
Hongrie	5	12	1	19
Suède	4	10	1	18
Autriche	4	10	1	17
Bulgarie	4	10	1	15
Slovaquie	3	7	1	11
Danemark	3	7	1	11
Finlande	3	7	1	11
Irlande	3	7	1	9
Lituanie	3	7	1	7
Lettonie	3	4	1	4
Slovénie	3	4	1	4
Estonie	3	4	1	2
Chypre	2	4	1	2
Luxembourg	2	4	1	1
Malte	2	3	1	1

Votes pondérés: exemple

[Bobay 2004]



Votes pondérés: exemples

$$sh(a_i) = \frac{1}{n!} \sum_{\sigma \in S(n)} \mu_i(c_i(\sigma))$$

- Ex: $\langle 100; 99, 99, 1 \rangle$
- $sh(i) = 1/3$

- Ex: $\langle 10; 6, 4, 2 \rangle$
- $Sh(1) = sh(2) = 1/2$ $sh(3) = 0$

- L'ajout d'un joueur peut augmenter le poids d'un autre:
- Ex: $\langle 10; 6, 4, 2, 8 \rangle$
- $sh(3) > 0$

Crowd IQ - Aggregating Opinions to Boost Performance [Bachrach 2012]

Principe

- Test de QI.
- La réponse du groupe est la réponse majoritaire (MAJ) ou construite avec un algo (ML)

Résultats

- La foule obtient généralement de meilleurs résultats que le meilleur individu
- La contribution (v. de Shapley) de chacun est très variable
- Les individus très intelligents ne sont pas rentables par rapport a plusieurs individus « normaux »
- Les individus « faibles » ont une contribution souvent positive

Extension à la monétisation de la participation (WebSci 2012)

