

Responsable : C. Bentz

TP de Programmation Linéaire : modélisation et résolution avec CPLEX

Exercice I

Saisir dans CPLEX le programme linéaire modélisant le problème du brasseur (vu en cours), avec les prix suivants : 9 euros par unité de volume de bière blonde et 15 euros par unité de volume de bière brune. Sauvegarder le programme linéaire dans un fichier (à l'aide de la commande *write*), puis le résoudre par CPLEX et afficher la solution optimale. Quelle solution obtient-on ? Pouvait-on le prévoir ?

Modifier ensuite la fonction objectif (à l'aide de la commande *change*) pour que les nouveaux prix soient 30 et 30 à la place de 9 et 15, respectivement. Résoudre à nouveau avec CPLEX. Quelle valeur optimale obtient-on alors ? Pouvait-on le prévoir ?

Exercice II

Saisir et résoudre les trois PL suivants dans CPLEX. Plus précisément, pour chacun des trois PL, vous devez :

- Saisir le PL,
- Le faire afficher par CPLEX (à l'aide de la commande *display*),
- Le résoudre,
- Afficher la solution optimale (de nouveau à l'aide de la commande *display*), puis la sauvegarder dans un fichier (à l'aide de la commande *write*),
- Enregistrer le PL dans un fichier (à l'aide de la commande *write* également) avant de saisir le suivant.

a : 1er PL

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 + x_2 \\ \text{s.c.} \quad & 3x_1 + 2x_2 \geq 9 \\ & x_2 \leq 3 \\ & 3x_1 - x_2 \leq 12 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

b : 2e PL, associé au problème de flot maximum suivant :

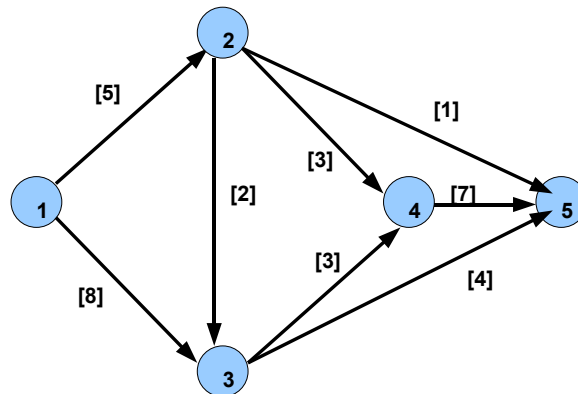


Figure 1: la source est le sommet 1, le puits le sommet 5, et les capacités sont données entre crochets.

c : 3e PL

$$\begin{array}{ll} \max & 5x_1 - 2x_2 + 3x_3 \\ \text{s.c.} & 2x_1 + 2x_2 - x_3 \geq 2 \\ & 3x_1 - 4x_2 \leq 3 \\ & x_2 + 3x_3 \leq 5 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}$$

Exercice III

Saisir le PL suivant dans un fichier texte (enregistrer ce fichier avec un nom ayant un suffixe “.lp”) :

$$\begin{array}{ll} \max & 2x_1 + 3x_2 \\ \text{s.c.} & x_1 \leq 40 \\ & x_2 \leq 70 \\ & x_1 + x_2 \leq 80 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

Charger ce PL dans CPLEX (à l’aide de la commande *read*). Le résoudre et afficher sa solution optimale. Puis, ajouter les contraintes suivantes l’une après l’autre (à l’aide de la commande *add*) :

- Ajouter la contrainte $x_1 + x_2 \geq 20$ et résoudre le PL. Qu’observe-t-on ? Pouvait-on le prévoir ?
- Ajouter la contrainte $x_1 \leq 15$ et résoudre le PL. Qu’observe-t-on ?
- Ajouter la contrainte $x_2 \leq 4$ et résoudre le PL. Qu’observe-t-on ?
- Ajouter la contrainte $x_1 + 2x_2 \leq 60$. Peut-on prévoir le résultat de la résolution par CPLEX ? Résoudre le PL.

Exercice IV

Saisir le PL suivant dans CPLEX :

$$\begin{array}{ll} \max & x_2 + 2x_3 \\ \text{s.c.} & x_1 + 2x_2 + 3x_3 \geq 36 \\ & 2x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 98 \\ & x_1 + x_2 + x_3 \leq 50 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}$$

Le sauvegarder dans deux fichiers LP différents, et le résoudre. Puis, modifier ce PL :

- Supprimer le terme x_1 dans la troisième contrainte, en supprimant (à l'aide de la commande *change*) l'ancienne contrainte et en la remplaçant par une nouvelle (utiliser pour cela le PL contenu dans le premier fichier LP), puis résoudre le PL,
- Supprimer le terme x_1 dans la troisième contrainte, en modifiant directement la contrainte à l'aide de la commande *change* (utiliser pour cela le PL contenu dans le deuxième fichier LP), puis résoudre le PL.

Vérifier que ces deux PL ont la même valeur optimale. Puis, ajouter le terme $5x_1$ à la fonction objectif, et résoudre le PL. Afficher la solution optimale obtenue. Enfin, supprimer la contrainte $2x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 98$, et résoudre le PL. Que remarque-t-on ? Si on supprimait ensuite la première contrainte, que se passerait-il ? Le vérifier avec CPLEX.

Exercice V

Résoudre les trois programmes mathématiques suivants avec CPLEX :

$$\begin{array}{ll}
 \min & z = \max(7x_1 + 4x_2 + x_3, x_1 - 3x_3) \\
 \text{s.c.} & 6x_1 + 3x_2 + 4x_3 \geq 2 \\
 & 3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 7 \\
 & x_1, x_2, x_3 \geq 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 \min & |7x_1 + 3x_2| + |x_1 - 2x_2 + 4x_3| \\
 \text{s.c.} & 2x_1 + 4x_2 - x_3 = 3/2 \\
 & -3x_2 + 5x_3 \leq 8 \\
 & x_1, x_2, x_3 \geq 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 \max & \frac{5 + 3x_1 + x_2 + 4x_3}{3 + x_1 + 2x_2 + x_3} \\
 \text{s.c.} & 10x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 13 \\
 & x_1 + x_2 + x_3 \leq 3 \\
 & x_1, x_2, x_3 \geq 0
 \end{array}$$