



# Algorithmes évolutionnaires pour l'optimisation combinatoire : du générique au spécifique

Marc Schoenauer

Equipe-Projet TAO, INRIA Saclay-Île-de-France

<http://tao.lri.fr/>

Cours INF580

Ecole Polytechnique, le 12 février 2010



## Plan

### Algorithmes évolutionnaires

- Paradigme biologique
- Darwinisme artificiel
- Représentations et opérateurs de variation

### Optimisation combinatoire

- Approches génériques
- Opérateurs spécifiques
- Algorithmes mémétiques
- Représentations indirectes
- Un exemple concret

Méthodes hybrides

Re-ordonnement de trains



## Le paysage de l'optimisation

$$\text{ArgMax}\{F(x), x \in \Omega\}$$

### Caractéristiques

- Type d'espace de recherche  $\Omega$
- Régularité de la fonction objectif  $F$  (contraintes)
- Recherche locale vs recherche globale

### Algorithmes d'optimisation

- *Hill-Climbing*, recherche locale  $x_{n+1} = \text{ArgMax}\{F(y), y \in V(x_n)\}$
- Algorithmes de gradient Espaces de recherche continus,  $F$  régulière
- Méthodes de RO, heuristiques Espaces de recherche discrets
- Méthodes stochastiques, méta-heuristiques



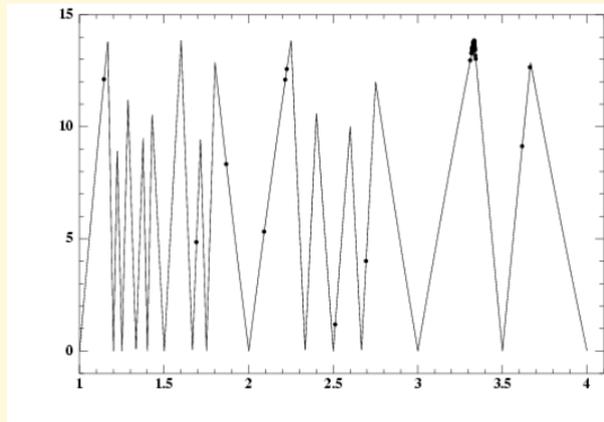
## $\mathcal{F}$ très chahutée

L. Taïeb, CMAP & Thomson

Espace de recherche : Interféromètres

Positionner des antennes

**But** : Maximiser la tolérance en conservant la précision.



Cas de 3 antennes,  $\mathcal{F}$  = Marge d'erreur (position 2ème antenne)

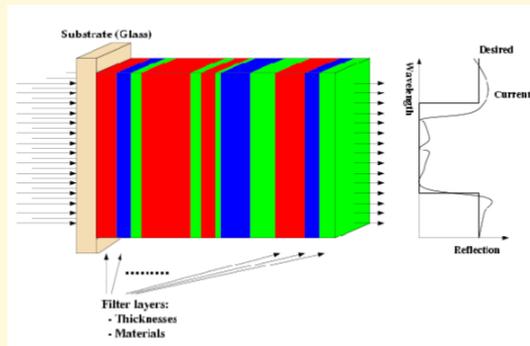


$\Omega$  mixte : discrets  $\times$  réels  
 Schutz & Bäck, ICD, Dortmund.  
 Martin, Rivory & Schoenauer,  
 Optique des Solides Paris VI & CMAP.

**Espace de recherche** : Filtres optiques

(matériau, épaisseur)<sub>1</sub> ... (matériau, épaisseur)<sub>N</sub>

**But** : Répondre au gabarit fixé.





# $\Omega$ = Circuits analogiques

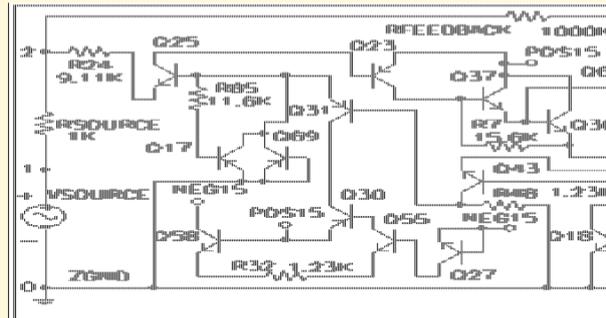
Koza et al., Stanford.

**Espace de recherche** : Circuits analogiques

Réseau de transistors, diodes, résistances

**But** : Fonctionnalités fixées

e.g. extraction de racine cubique



**Codage embryogénique**

on cherche le programme qui construit la solution



# $\mathcal{F}$ non calculable

Herdy & al., Berlin, PPSN96

**Espace de recherche** : Mélanges de café

**But** : Retrouver un arôme

$\mathcal{F}$  = note de l'expert





# Plan

## Algorithmes évolutionnaires

- Paradigme biologique
- Darwinisme artificiel
- Représentations et opérateurs de variation

## Optimisation combinatoire

- Approches génériques
- Opérateurs spécifiques
- Algorithmes mémétiques
- Représentations indirectes
- Un exemple concret

Méthodes hybrides

Re-ordonnement de trains



## Paradigme Darwinien

- Sélection naturelle      avantage aux espèces adaptées à leur environnement
- + Variations “aveugles”  
    parents → enfants par petites déviations apparemment non dirigées.
- = Adaptation au milieu      apparition d’espèces (e.g. bactéries résistantes).

### Mais

- Source d’inspiration
- Aide à l’explication
- **Pas justification**



## Parallèle biologie/algorithmique

### Différences

- **Environnement** : changeant vs fixe mécanismes spécifiques
- **Performance** : Inconnue (survie ?) vs  $F$  les plumes du paon ?
- **Plausibilité** vs "tout est permis" lamarckisme, eugénisme, ...

### Points communs

- **Diversité génétique essentielle** : maladies fatales vs convergence prématurée Solution multiples
- **Lenteur du processus** : Cro-Magnon: -30 000 à ...  $\simeq$  1200 gén.  
Néanderthal: -150 000 à -35 000  $\simeq$  6000 gén.

On n'est peut-être pas à l'optimum, mais on a des solutions assez adaptées :-)



## Algorithmes Évolutionnaires : La Métaphore

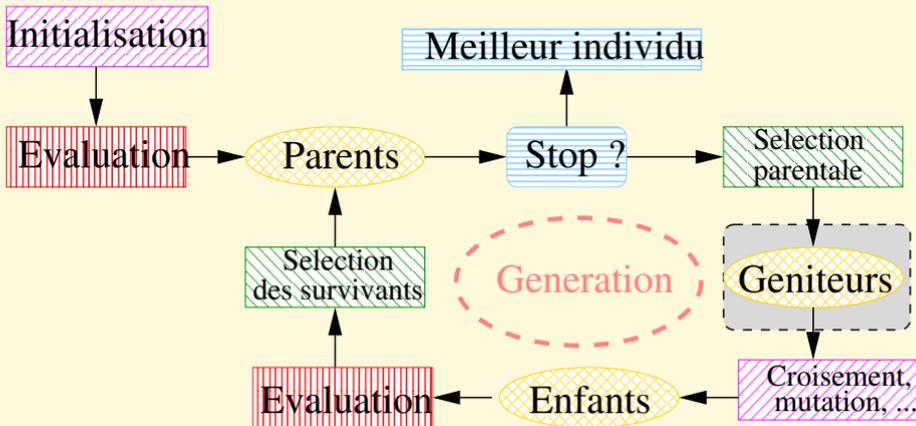
<b>Vocabulaire :</b>	<b>Individu</b>	Élément $X$ de $\Omega$
	<b>Performance</b>	Valeur de $\mathcal{F}(X)$
	<b>Population</b>	Ensemble de $P$ éléments de $\Omega$
	<b>Génération</b>	Passage de la population $\Pi_i$ à $\Pi_{i+1}$
<b>Modèle :</b>	L'évolution darwinienne des populations biologiques.	
	<b>Les individus les plus adaptés survivent et se reproduisent</b>	

### Processus :

- Les individus ayant les meilleures performances
  - se reproduisent par modifications aléatoires
  - Après un certain nombre de générations
  - des individus très performants apparaissent dans la population
- les **optima** de  $\mathcal{F}$



# Algorithmes d'évolution : Le Squelette



- Opérateurs Stochastiques** Dependent de la representation
- Moteur d'évolution darwinienne** (stochastique ou déterministe)
- Coût CPU**
- Critères d'arrêt, statistiques, mises à jour, ...**



## Darwinisme artificiel : Points clé

- Indépendance objectif / moteur d'optimisation
  - Boîte noire ou connaissances du contexte ?
  - No Free Lunch Theorem
- Critère de succès : Conception vs Production
  - Au moins une fois une très bonne solution
  - En moyenne une solution assez bonne
- Une population, pas un individu
  - Attention à la perte de diversité génétique
- Exploration de l'espace / Optimisation locale
  - Le dilemme EVE – Exploration Vs Exploitation



## Pragmatisme de rigueur

### Quelques résultats théoriques

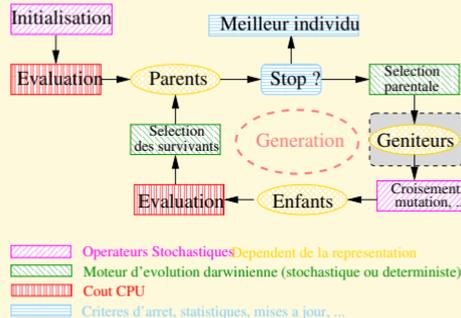
- Algorithmes génétiques de base (chaînes de bits)
  - Convergence globale (G.Rudolph, R.Cerf)
  - Déceptivité et régularité fractale (E.L.)
- Stratégies d'évolution (vecteurs de paramètres réels)
  - Estimations d'erreur (G.Rudolph, H.-G. Beyer, A. Auger)

### Des leçons venues d'applications réussies

- Prise en compte du problème
- Trop(?) grande flexibilité Grand nombre de paramètres à régler



## Deux points de vue orthogonaux



- Le **Darwinisme artificiel** (les 2 étapes de sélection) ne dépend que de la **performance**
- L'**initialisation** et les **opérateurs de variation** (croisement, mutation, ...) ne dépendent que de la **représentation**, i.e. l'espace de recherche.



## Plan

- Les algorithmes évolutionnaires : généralités
  - Paradigme biologique
  - **Darwinisme artificiel**
  - Opérateurs de variation Croisement et mutation
- Algorithmes évolutionnaires pour l'optimisation combinatoire
  - Approches génériques
  - Opérateurs spécifiques
  - Algorithmes mémétiques Méthodes hybrides
  - Représentations indirectes
  - Un exemple concret Re-ordonnement de trains



# Le darwinisme artificiel

## Sélection et remplacement

### Deux étapes de sélection

- La **sélection parentale** peut sélectionner plusieurs fois le même parent
- la **sélection des survivants** sélectionne chaque individu 0 ou 1 fois

aka remplacement

### Points communs

- Darwinisme: Biais en faveur des plus adaptés
- Biais trop important: Perte de diversité
- Biais trop petit : pas de convergence



## Le darwinisme artificiel (2)

**Sélection parentale** : Choisir ceux qui se reproduisent

- Déterministe, par **comparaisons de fitness** ES historique
- Proportionnelle roulette, GAs historiques
- Stochastique, basée sur des **comparaisons de fitness** GAs historiques, EP historique

**Sélection des survivants** : Choisir les prochains parents

- Déterministe ou stochastique
- Choix parmi les enfants seulement  $(\mu, \lambda) - ES$   
ou conflit de générations  $(\mu + \lambda) - ES$

'Comparaison-based' → Robustesse

par rapport aux transformations monotones de la fitness



- **Tournoi (déterministe)**

$ps \approx T$

- Tournoi de taille  $T \in \mathbb{N}$
- Choix uniforme de  $T$  individus  
Rendre le meilleur

avec ou sans remplacement?

- **Tournoi stochastique (binaire)**

$ps \approx 2t$

- Taux  $t \in [0.5, 1]$
- Choix uniforme de 2 individus  
Rendre le meilleur avec probabilité  $t$

- **Avantages**

- Robustesse par rapport aux erreurs sur  $\mathcal{F}$
- Facile à paramétrer  $T$  ou  $t$



# Plan

## Algorithmes évolutionnaires

- Paradigme biologique
- Darwinisme artificiel
- Représentations et opérateurs de variation

## Optimisation combinatoire

- Approches génériques
- Opérateurs spécifiques
- Algorithmes mémétiques
- Représentations indirectes
- Un exemple concret

Méthodes hybrides

Re-ordonnement de trains



# Représentations (codage)

## Génotypes et phénotypes

### Définitions

- **Espace génotypique** : opérateurs de variation
- **Espace phénotypique** : calcul de la performance
- **Morphogénèse** : du génotype au phénotype

### Discussion

- Codage bijectif e.g. les entiers de  $[0, 2^N - 1]$  codés sur  $N$  bits  
vs Morphogénèse non-inversible e.g. les circuits analogiques de Koza
- Contrôle des opérateurs Causalité plus ou moins bien maîtrisée
- Parcours de l'espace phénotypique Exhaustif vs solutions structurées



# Représentations (génotypes)

## Exemples usuels

- Représentation “binaire”

$$\Omega = \{0, 1\}^N$$

**Algorithmes génétiques** historiques

- Représentation “réelle”

$$\Omega = [0, 1]^N \text{ ou } \mathbb{R}^N \text{ ou } \dots$$

Algorithmes génétiques – codage réel, **Stratégies d'évolution**

- Représentation “par arbres”

Espace d'arbres – **Programmation génétique**

- Représentation “combinatoire”

$$\Omega = \mathcal{S}_N$$

→ Reste du cours

Plusieurs représentations pour le même problème

→ Dynamiques différentes



## Opérateurs de variation (non-dirigée)

**Le croisement:** échange d'information entre parents

- Début d'évolution : exploration

“linéarité” de la fonction objectif ?

- Fin d'évolution : exploitation

... efficacité décroissante

**La mutation:** (ré)introduction de diversité

- Ergodicité

Mais petites variations plus probables

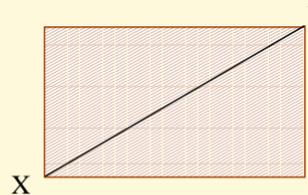
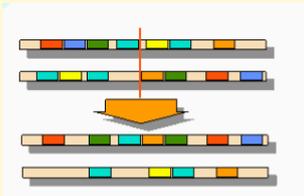
- “Strong causality”

Continuité faible locale



# Opérateurs de variation : Le croisement

## Exemples classiques



Échange de **gènes** Croisement de paramètres réels

## Exemple orgiaque: Cinq parents

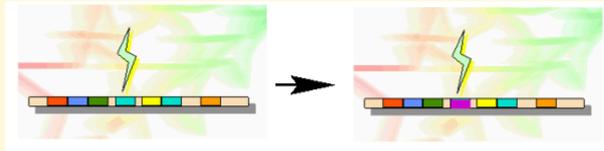
La foule subjuguée **boira** ses paroles enflammées  
 Ce plat **exquis** enchantait leurs papilles expertes  
 L'aube aux doigts de roses se leva sur un jour **nouveau**  
**Le cadavre** sanguinolent encombra la police nationale  
 Les coureurs assoiffés se jetèrent sur **le vin** pourtant mauvais  
**pour un enfant surréaliste**



## Opérateurs de variation : La mutation

### Exemples classiques

- Mutation d'un gène



- Ajout de bruit Gaussien aux paramètres réels

CMA-ES : Adaptation de la matrice de covariance

### Un exemple sans queue ni tête

La terre est comme un orange bleue

La terre est bleue comme une orange



## Vers des opérateurs génériques

### Types de représentation

**Définitions:** Représentation

Radcliffe 91-95

- **génomique** = suite ordonnées de valeurs (ou **allèles**)
- **allélique** = suite d'allèles Ordre indifférent
- **orthogonale** : toute combinaison d'alleles est valide
- **dégénérée**: plusieurs génotypes représentent le même phénotype
- **redondante**: présence d'information inutile

**Exemple** : Les chaînes de bits pour les entiers de  $[0, 2^N - 1]$   
Génomique orthogonale sans redondance ni dégénérescence.



## Vers des opérateurs génériques

### Théorie des Formae Radcliffe 91-95

**Question** : quelles **caractéristiques** du problème sont importantes?  
 → **formae**, ou ensemble de relations d'équivalence sur  $\Omega$ .

**Exemple** : Couleur des yeux et couleur des cheveux

Relations  $\mathcal{R}_y$  avoir les yeux de même couleur que ...  
 $\mathcal{R}_c$  avoir les cheveux de même couleur que ...  
 $\mathcal{R}_{yc}$  avoir yeux et cheveux de même couleur que ...

Formae Yeux bleus – Yeux verts – Blonds – Roux ...  
 Blonds et yeux bleus – Roux et yeux bleus ... **plus grande précision**

**Codage binaire:**

Mêmes bits  $l$  et  $m$  → **théorie des schémas** usuelle.

Même différence entre les bits  $l$  et  $m$  → généralisation aux prédicats quelconques.



## Propriétés désirées Pas toujours compatibles

### des Formae

- **Calculabilité** en temps "raisonnable"
- **Redondance minimale**
- **Fermeture** : l'intersection de 2 formae doit être une forma
- **Corrélation** : les formae de grande précision doivent être constituées d'individus de performance proches

### des Opérateurs (mutation)

- **Ergodicité** : Tout point doit pouvoir être atteint par un nombre fini d'opérateurs de variation.



## Propriétés désirées (2)

### des Opérateurs (croisement)

- **Respect** :  
si  $X$  et  $Y$  appartiennent à  $\mathcal{H}$ ,  
 $\Xi(X, Y)$  appartient à  $\mathcal{H}$ .
- **Assortiment constructif** :  
si  $X$  est dans  $\mathcal{H}_1$  et  $Y$  dans  $\mathcal{H}_2$   
et  $\mathcal{H} = \mathcal{H}_1 \cap \mathcal{H}_2$  est non vide,  
il existe  $\Xi(X, Y)$  dans  $\mathcal{H}$ .
- **Transmission** : les enfants ne contiennent que des allèles présentes  
chez les parents.

Permet de définir des **opérateurs indépendants de la représentation**



## Croisements génériques

Choix de la propriété à respecter:

- **$R^3$  (Random Respectful Recombination)**

Toutes les allèles communes + complément aléatoire.

2 parents blonds  $\Rightarrow$  enfant blond  
 $\equiv$  uniforme pour les bitstrings

- **RAR (Random Assorting Recombination)**

Choix parmi toutes les allèles des parents + complément aléatoire.

Blond  $\times$  Yeux-bleus peut donner blond aux yeux bleus  
 $\equiv$  uniforme pour les bitstrings

Voir aussi **GNX (Generalized N-point Xover)**

- **RTR (Random Transmitting Recombination)**

Choix parmi toutes les combinaisons valides d'allèles venant des parents

Un blond et un roux ne peuvent pas donner un brun  
 $\equiv$  uniforme pour les bitstrings



## Mutation binomiale minimale – BMM

### Hypothèses

- même nombre  $N$  d'allèle.  
 $d(x,y) = N - \#(\text{allèles communes})$ .
- on peut identifier des Mutation Minimales (MM) :  
 si  $\mu(X) = Y$  il n'existe pas de  $Z$  avec  $\mu(X) = Z$  et  $d(Z, X) < d(Y, X)$
- un nombre fini de MMs permet de joindre deux points quelconques  
ergodicité

### Mutation BMM:

- paramètre  $p_m \in [0, 1]$
- nombre de MMs tiré selon la loi binomiale  $B(n, p_m)$   

$$P[B(N, p_m) = k] = C_N^k p_m^k (1 - p_m)^{N-k}$$
- Bitstring : mutation **bitflip** standard modulo les retours en arrière



## Plan

### Algorithmes évolutionnaires

- Paradigme biologique
- Darwinisme artificiel
- Représentations et opérateurs de variation

### Optimisation combinatoire

- Approches génériques
- Opérateurs spécifiques
- Algorithmes mémétiques
- Représentations indirectes
- Un exemple concret

Méthodes hybrides

Re-ordonnement de trains



## Optimisation combinatoire

- Problèmes NP-difficiles de taille exponentielle / paramètre d'ordre
- Typiquement, on cherche une **permutation** de  $[1, N]$

### Exemples:

- Voyageur de Commerce (TSP), satisfaction de contraintes (SAT), coloration de graphes,
- . . . et surtout de très nombreux problèmes réels.

### Les questions

- Quelle représentation ?
- et quels opérateurs de variation ? Croisement, mutation
- Plus généralement : générique ou spécifique ?



## Représentations pour le TSP

### Radcliffe, 91-95

- **Permutation** : (1234)  
Dégénérescence : choix du pt de départ (facile à réparer),  
et du sens (en général négligé).  
Redondance: la dernière ville.
- **Arc non orientés** : (12,23,34,14).  
Pas de dégénérescence, redondance : le dernier.
- **Arc orientés** :  $(\vec{12}, \vec{23}, \vec{34}, \vec{41})$   
Dégénérescence : sens de parcours, redondance : le dernier.
- **Coins** : (1(24),2(13),3(24),4(13))  
Pas de dégénérescence, redondance importante.



## Opérateurs génériques pour le TSP

- Permutations:** Assortiment et transmission incompatibles  
 (123456 × 134526, bloqué après (3,3) et (5,2)).  
 MM = échange de 2 villes ≡ renversement d'un 4-tour
- Arcs non orientés:** Assortiment et transmission incompatibles  
 (123456 et 124356, après (23)(24), (35) et (45) forcés).  
 MM = 2 arcs modifiés ≡ renversement d'un 4-tour
- Arcs orientés:** Assortiment et transmission incompatibles  
 (123456 et 126543, bloqués après  $\bar{2}\bar{3}$ ,  $\bar{3}\bar{1}$ ).  
 MM: 3 arcs modifiés ≡ renversement d'un 4-tour
- Coins:** Assortiment et transmission incompatibles  
 (12345678 × 12367458 bloqué après (4(35)) et (6(37)))  
 MM: 4 coins modifiés ≡ renversement d'un 4-tour



## Corrélation

### Etudes expérimentales sur une instance du TSP

#### Variance vs précision des formae

- Pour chaque représentation, pour chaque précision,
  - tirage aléatoire de formae de cette précision
  - Pour chaque forma,
    - \* tirage aléatoire de représentants de cette forma
    - \* Calcul de la variance des fitness
  - Calcul de la moyenne des variances

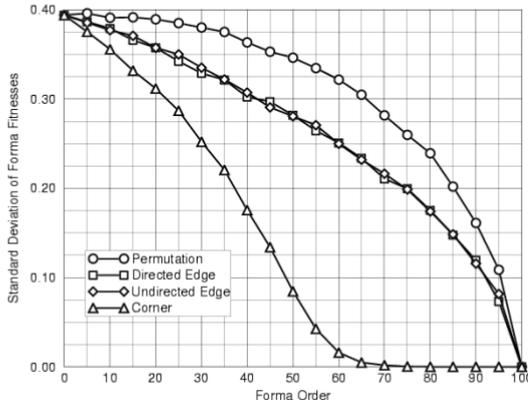
#### Performance des opérateurs génériques

- Pour chaque représentation
- Lancer N fois un algorithme évolutionnaire basique
- utilisant les opérateurs génériques **en fait, RAR+BMM et GNX+BMM**

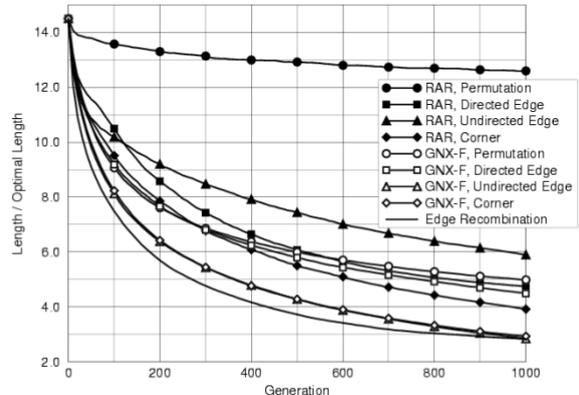


# Corrélation

## Résultats expérimentaux



Ecart-type de la performance en fonction de la précision des formae



Performances des algorithmes génétiques correspondants

## Conclusions

- Bon accord Variance – Performance si on "quotient" par la redondance
- Genetic Edge Recombination légèrement plus performant



# Opérateurs spécifiques aux permutations

## ... mais indépendants du problème

### Croisements

- **UOX** Uniform Order-based Crossover Davis, 85  
Copier certaines positions du parent 1 uniformément  
Compléter dans l'ordre du parent 2
- **PMX** Partially Matched Crossover Goldberg & Lingle, 85  
Choisir une sous-chaîne du parent 1  
Modifier minimalement parent 2 pour la faire apparaître

### Mutations

- **Transposition** : échanger 2 valeurs,  
éventuellement répéter  $N$  fois Radcliffe's BMM
- **Inversion/scramble** : choisir 2 positions et inverser/mélanger la  
sous-chaîne



## Approches problème-spécifiques

### Constat

Les AEs standards ne sont **pas compétitifs**

Handbook of Evolutionary Computation 94-97

### Un article visionnaire :

J. J. Grefenstette. Incorporating **problem specific knowledge** in Genetic Algorithms. In Davis L., editor, *Genetic Algorithms and Simulated Annealing*, pages 42-60. Morgan Kaufmann, (1987).

### Deux approches

- Opérateurs spécifiques
- **Hybridation** avec des algorithmes locaux

RO ou autres méta-heuristiques



## Exemple historique

### Le TSP évolutionnaire

- Croisement spécifique  
Grefenstette, 87 (20%), Suh & van Gucht, 89 (1.7 puis 1.3 %, 100 villes)
- *Genetic Edge Recombination*  
Matthias & Whitley, 92 (3.8%), Tang & Leung, 94 (0.95%, 532 villes)
- Changements de représentation  
Radcliffe, 91-05
- Lamarckisme via techniques de RO  
Mülenbein, 91, modifié par Ulder, 91 (0.17%, 532 villes)
- Genetic Local Search  
Merz & Freisleben, 96 (0%, 15 000 villes)
- Inver-Over operator  
and EAX crossover  
Tao & Michalewicz, 98  
Tagata, 97-06 (0%, 24 000 villes)



# Plan

## Algorithmes évolutionnaires

- Paradigme biologique
- Darwinisme artificiel
- Représentations et opérateurs de variation

## Optimisation combinatoire

- Approches génériques
- **Opérateurs spécifiques**
- Algorithmes mémétiques
- Représentations indirectes
- Un exemple concret

Méthodes hybrides

Re-ordonnement de trains



# Genetic Edge Recombination

Whitley et al., 89

- Construire la carte des liens

Pour chaque ville, liste des villes liées dans au moins 1 parent

- Choisir une ville de départ

Random, ou d'après 3

1. Enlever la ville courante de la carte des liens

2. Si la ville courante n'a plus de ville dans sa liste,

- S'il reste des villes non visitées, en choisir une au hasard.

Goto 1

- Sinon, STOP

3. Choisir dans la liste de la ville courante celle qui reste liée au minimum de villes

Random sur les ex-aequo

Goto 1

Le tour est complet, et possède de nombreux arcs des parents



## Inver-over operator

Tao & Michalewicz, 98

### Algorithme :

- Pour chaque  $T = (v_0, \dots, v_n)$  dans la population
- Soit  $v$  choisie uniformément dans  $T$
- Tant que  $v' \neq Succ_T(v)$ 
  - Avec proba  $p$ 
    - Choisir  $v' \neq v$  uniformément dans  $T$
    - Inverser  $v - v'$
  - Avec proba  $1 - p$ 
    - Choisir  $T'$  uniformément dans la population
    - $v' = Succ_{T'}(v)$
    - Inverser  $v - v'$
- Remplacer  $T$  par son enfant s'il est meilleur

typiquement 0.02

dans  $T'$   
dans  $T$  !



# Inver-over operator

## Performances

### Avantages

- 3 paramètres seulement
  - Taille population 100
  - Probabilité d'inversion 0.02
  - Critère d'arrêt 10 boucles sans amélioration
- Une "évaluation" = 4 opérations 2 arrêtes seulement sont modifiées

### Résultats

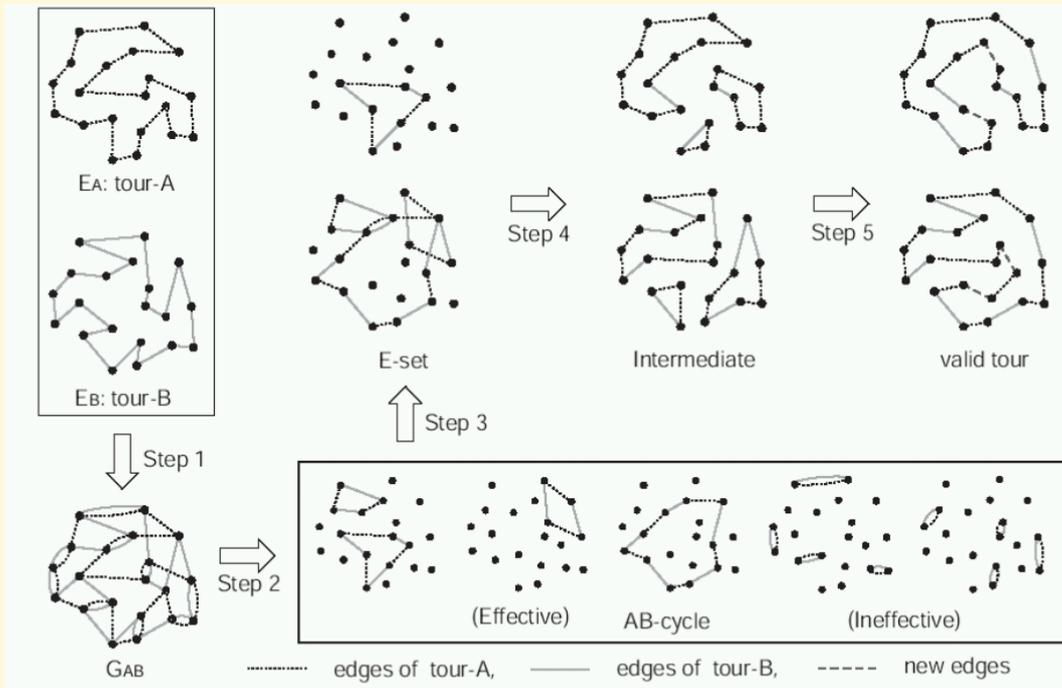
- Très rapide et très performant pour  $\leq 500$  villes
- Rapide et performant jusqu'à 10000 villes
- Seulement 1000 fois plus lent que Lin-Kernighan

Mais n'a pas tenu ses promesses ...



# Edge Assembly Crossover

Y. Nagata, 97-06



Y. Nagata, PPSN 2006



## Edge Assembly Crossover (2)

**Étape 1** : Points de départs aléatoire, arêtes de A et B en alternance

**Étape 4** : Ôter du parent les arrêtes des sous-tours qui lui appartiennent

**Étape 5** : Algorithme glouton par ordre de taille de cycle croissante

### Stratégies pour l'étape 3

- **Rand** : choix aléatoires uniformes de AB-cycles
- **1AB** : un unique tour est utilisé
- **Block** :
  - Choisir le plus grand AB-cycle  $C_0$
  - Construite la solution intermédiaire
  - Pour chaque sous-tour  $k > 1$ ,  
choisir un AB-cycle  $C_k$  qui le touche
  - Refaire l'étape 3 avec tous les  $C_i$

2006

étape 4



## Edge Assembly Crossover : sélection

**Préservation de la diversité** : Sélection environnementale particulière  
Les  $N$  parents sont remplacés par  $N$  enfants

- Faire  $N$  fois
- Pour chaque paire de parents
- Créer  $N_e$  enfants par EAX
- Le meilleur des  $N_e$  enfants et des 2 parents survit



## Edge Assembly Crossover : résultats

- Avec 1AB puis Rand si stagnation Nagata & Kobayashi, 1997
  - $N = 300$ ,  $N_e = 30$
  - 0% sur 3038 villes
  - en 2h30 (Intel 200MHz)
  - mais perd en efficacité pour des plus grandes tailles
- Avec 1AB puis Block Nagata, 2006
  - $N = 300$ ,  $N_e = 30$
  - 0% sur 24978 villes, en 45mn (Itanium 1.3 GHz)
  - Meilleurs résultats connus, pour  
8079 (2mn), 14773 (6mn) et 33708 (1h25) villes !



# Plan

## Algorithmes évolutionnaires

- Paradigme biologique
- Darwinisme artificiel
- Représentations et opérateurs de variation

## Optimisation combinatoire

- Approches génériques
- Opérateurs spécifiques
- **Algorithmes mémétiques**
- Représentations indirectes
- Un exemple concret

Méthodes hybrides

Re-ordonnement de trains



## Algorithme mémétique pour le TSP

### Genetic Local Search – Freisleben & Merz - 96

- Initialisation gloutonne Départ aléatoire, puis ville la plus proche
- Optimisation locale (Lin-Kernighan, 3-opt)  
Algorithme *mémétique* (population d'optima locaux)
- *Distance Preserving Crossover*  

$$d(enfant, parent1) \approx d(enfant, parent2) \approx d(parent1, parent2)$$
- Mutation “4-arcs” Pour quitter l'optimum local

Au niveau de l'état de l'art (jusqu'à 10000-15000 villes)

<b>Mais</b> , sur f11400:	Plus proche voisin	20%	12s
	Lin-Kernighan	2-3%	68s
	<i>Genetic Local Search</i>	0%	57h



# Algorithmes mémétiques

## Autres succès

- **Coloration de graphes** Dorne & Hao 97-98
  - Croisement spécifique idem ER, EAX, ...  
Basé sur l'union d'ensembles independants
  - Mutation inspiré de la Recherche Tabou  
changement d'un noeud en conflit
  - Meilleurs résultats connus (500 à 1000 noeuds).
- **Assignation quadratique** Merz & Freizleben 1997
  - *Distance Preserving Crossover*
  - Mutation par inversion
  - Algorithme mémétique – un 2-opt dégradé
  - Meilleurs résultats connus (30-256 emplacements).



# Algorithmes mémétiques

## Initialisation

### Heuristique constructive

- E.g. gloutonne pour GLS

### Inoculation de bonnes solutions

obtenues par d'autres méthodes

- Faut-il les perturber ?
- Biaisé la recherche

– Radcliffe et Surry, 94

Dimensionnement d'un réseau de gaz

Meilleur en moyenne à partir d'une population inoculée

Meilleure solution à partir d'une population aléatoire

– Sourd et MS, 98

Renumérotation de maillages

Semet et MS, 2006

Re-ordonnancement de trains

Meilleurs résultats à partir d'une population biaisée



# Algorithmes mémétiques

## Optimisation locale

### Quand, qui, comment ?

- Comme opérateur de mutation
  - à certains individus seulement
  - éventuellement partiellement
  - Dépend du nombre et de la répartition des optima locaux
- Systématiquement à chaque apparition d'un nouvel individu
  - On travaille dans l'espace des optima locaux

### Lamarck vs Baldwin

- **Lamarck** : le résultat de l'optimisation locale remplace l'individu de départ
- **Baldwin** : l'individu est inchangé, mais sa fitness est celle du résultat de l'optimisation  
Hinton & Nowlan, 87



# Algorithmes mémétiques

## Conclusion

### Opérateurs de variation

- Opérateurs locaux différents des opérateurs de l'optimiseur local
- Opérateurs spécifiques e.g. ER, EAX, ...  
Nécessite de la connaissance experte

### Conclusion

- Le meilleur de plusieurs mondes
- Gains de plusieurs ordres de grandeurs en qualité et en coût

État de l'art sur de nombreux benchmarks, **mais** ...



# Plan

## Algorithmes évolutionnaires

- Paradigme biologique
- Darwinisme artificiel
- Représentations et opérateurs de variation

## Optimisation combinatoire

- Approches génériques
- Opérateurs spécifiques
- Algorithmes mémétiques
- **Représentations indirectes**
- Un exemple concret

Méthodes hybrides

Re-ordonnement de trains



## Hybridation ... dès la représentation

Les problèmes réels (emplois du temps, tournées, planification de tâches, ...) sont **fortement contraints** :

écrire un opérateur spécifique  $\equiv$  résoudre un problème d'optimisation

**Représentation directe** : génotype  $\equiv$  phénotype

- Pour chaque {salle, livreur, machine}
- liste des {cours, clients, tâche} avec horaire

### Les contraintes

- Dans les opérateurs de variation
- A posteriori, par réparation

Problème ... d'optimisation !

Peut biaiser la recherche



## Hybridation ... dès la représentation (2)

### Représentation indirecte

On dispose de règles heuristiques (e.g. “scheduler” glouton)  
**qui respectent les contraintes**

- **Génotype** = permutation des divers {cours, clients, tâche}
- **Phénotype** = résultat de l’application des règles au génotype
- + Opérateurs “classiques” sur un espace de permutations
- + Choix de règles → connaissance du domaine
- Morphogenèse coûteuse
- Causalité faible



## “Vraies” applications

- Rotations d’équipages Levine 97
  - Emplois du temps Paechter & al. 98
  - Ordonnancement d’ateliers Hart & Ross 98, 2000
  - Assignation de fréquences Crisan & al. 97, Dorne 98-99
  - Contrôle du trafic aérien Alliot, Delahaye & al. 95-00
  - Réseaux de téléphonie mobile ARNO project, 00
  - Routage de réseaux complexes Knowles & Corne, 98-00
  - Ramassage/distribution de colis Chronopost International, 2002
- Un exemple:** Re-ordonnancement de trains SNCF, 2006



# Plan

## Algorithmes évolutionnaires

- Paradigme biologique
- Darwinisme artificiel
- Représentations et opérateurs de variation

## Optimisation combinatoire

- Approches génériques
- Opérateurs spécifiques
- Algorithmes mémétiques
- Représentations indirectes
- **Un exemple concret**

Méthodes hybrides

Re-ordonnement de trains



## (Re)ordonnement de trains

Y. Semet 2006, coll. SNCF

- Re-planifier les horaires des trains après un incident
- En respectant les contraintes
  - Sécurité (Contraintes impératives !)  
Espacements temporels et géométriques sur les ressources partagées
  - Correspondances  
Contraintes faibles :-)
  - ...
- Degrés de liberté : horaire de chaque train dans chaque gare

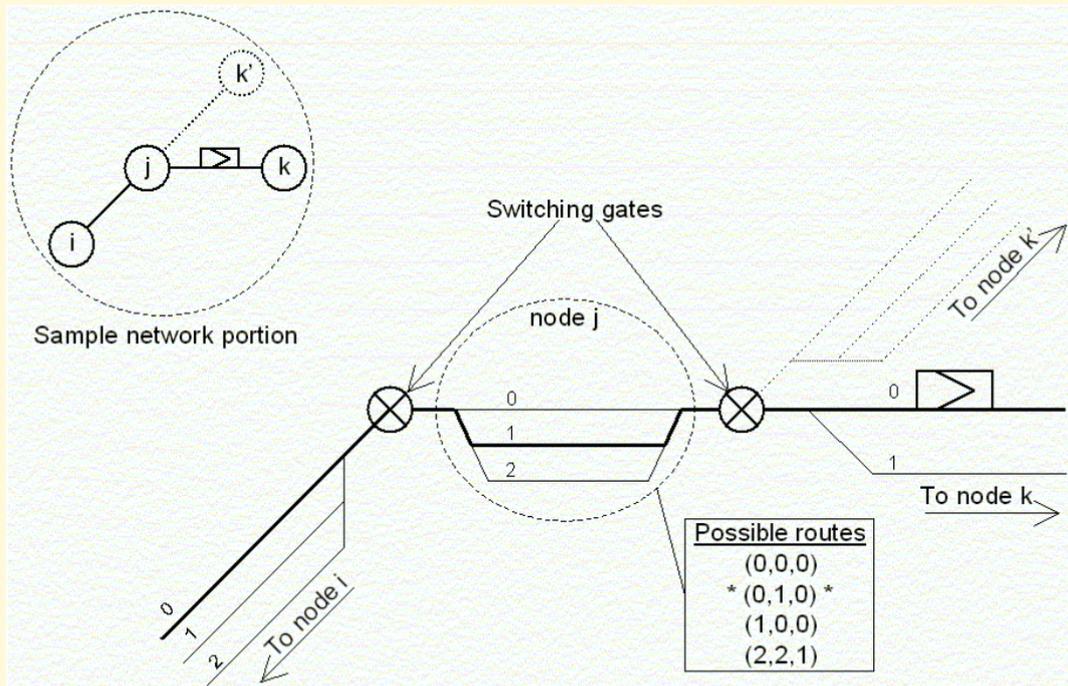
**État de l'art** : CPLEX (c) Ilog

Programmation Linéaire en Nombres Entiers

Des millions de variables dans les cas réalistes



## Un noeud





## Représentation indirecte

**Génotype** : une permutation de tous les trains à re-programmer

mais ce n'est pas un TSP !

**Morphogenèse** : un scheduler

- Glouton Place les trains un par un, le plus tôt possible
- mais en respectant les contraintes Connaissances métier

**Question** : est-ce que toutes les solutions sont représentables ?

Réponse : Certainement pas ...



## Opérateurs de variation

### Recherche parmi les opérateurs usuels

Par essais-erreurs

- Pas de croisement utile

Uniform Order-based Crossover, Partially Matched Crossover, ...

- Aucune mutation sophistiquée

inversion, ...

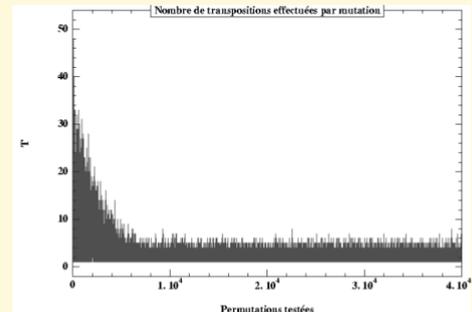
- MM = inversion de 2 trains

- Avec un "rayon" limité pour limiter les grands changements

### Application de la mutation

- Suivant une loi binomiale
- de moyenne  $T$
- décroissante

e.g. de 30 à 3





## Initialisation

- Les permutations aléatoires ont une performance lamentable
  - C'est normal, mais ... on connaît une solution pas trop mauvaise
- Les horaires avant incident

### Procédure

- Reconstruire le génotype de la bonne solution
- on ne connaît que son phénotype
- Initialiser la population avec des perturbations de cette solution
    - *Mass Mutation* : la bonne solution est mutée  $k = 3$  fois
    - *3 sous-ensembles*, sur lesquelles on fait 0, 10 et 500 mutations



## Résultats

Sur des instances réelles (incident simulé !)

541 trains en Île de France

### Conditions expérimentales

- (10+70) 10 parents → 70 enfants, les 10 meilleurs (parents+enfants) survivent
- Init: Mass Mutation ou 3 couches
- $T$  (nombre d'inversions de la mutation) fixe ou décroissant
- Test de Wilcoxon non signé à 99% de confiance

### Tendances

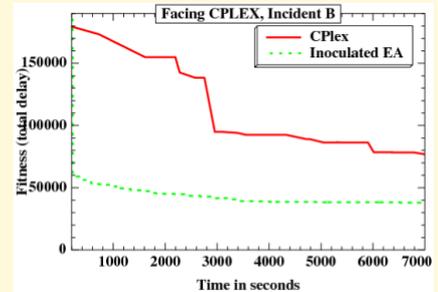
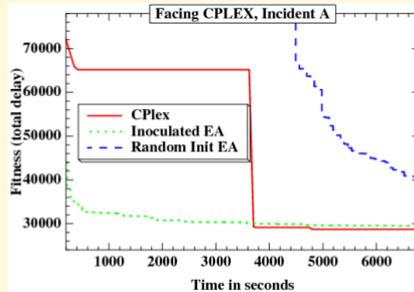
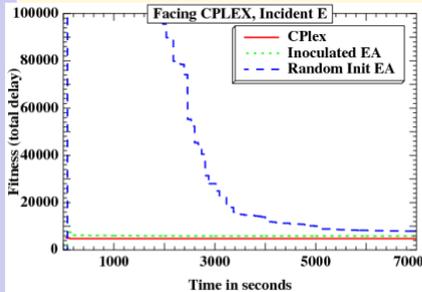
- A  $T$  fixé, MM est le meilleur choix
- Pour  $T$  décroissant, MM et 3-couches sont compétitifs



## EA vs CPLEX

État de l'art déterministe : CPLEX (c) Ilog

541 trains  $\equiv$  1M variables, 3M contraintes



Incident facile  
CPLEX imbattable

Incident difficile  
CPLEX rattrape  
en 2 heures

Incident très difficile  
CPLEX rattrape  
en 6 heures

... et sur les incidents très très difficile, aucun algorithme ne progresse



## Conclusions ré-ordonnement de trains

- Tout le savoir **métier** est dans le scheduler Mise au point fastidieuse
- Opérateur de variation le plus efficace: le plus simple !
- ... mais savamment manié
  - Schéma (10+70)
  - Loi binomiale de moyenne décroissante
- Initialisation : clé du succès
- CPLEX quelquefois est battu mais il n'a perdu qu'une bataille :-)
- Parallélisation triviale gain =  $\times 70$



## Optimisation combinatoire : conclusions

- No Free Lunch Le générique ne marche pas
- Opérateurs spécifiques : pour les problèmes canoniques Problèmes d'optimisation à eux tous seuls
- Hybridation à tous les étages
  - Initialisation Inoculation de bonnes solutions
  - Lamarckisme (ou Baldwinisme) OR ou autres métaheuristiques
- Représentations indirectes Quasi-requis pour les problèmes réels

Résultats à la hauteur de l'investissement :-)



## Post-conclusion

### Les oubliés

- Calage de paramètres : statistiques, plans d'expériences  
Méthodes des sciences expérimentales – reproductibilité
- Optimisation multi-objectif  
tous les problèmes réels !
- Autres approches bio-inspirées
  - Optimisation par Colonies de Fourmis TSP, problèmes de routage  
ACO ( $\equiv$  Estimation of Distribution Algorithms)
  - Optimisation par Essaim Particulaire  
PSO – récemment adapté du continu au discret

### Idées spéculatives

- Diviser pour évoluer  
découpage séquentiel de problèmes de planification
- Découverte d'heuristiques adaptées  
e.g. par programmation génétique