Examen d'Infographie II

Documents autorisés : 1 feuille A4 de notes personnelles.
Lisez l'ensemble de l'énoncé. Soyez clair, précis, concis. Justifiez vos réponses. Relisez-vous.

Exercice A (4 points)

On dispose de deux photos numériques A et B d'une même scène. Dans la photo A, les objets proches de l'objectif sont nets mais les autres sont flous. Dans la photo B, c'est l'inverse. On veut composer les deux images pour produire automatiquement une image nette partout.

1. Quelle est la différence entre le spectre d'une image nette et celui d'une image floue ? Que peut-on en déduire quand à l'effet d'un filtre passe-bas sur une partie floue d'une image par rapport à l'effet du même filtre sur une partie nette ?

2. En déduire une méthode qui produit une image binaire dont chaque pixel vaut 0 si l'image A est plus nette que l'image B en ce point, 1 si l'image B est plus nette que l'image A en ce point. En déduire un algorithme de composition des deux images produisant l'effet recherché.

Exercice B (6 points)

On considère des polygones *simples*, c'est-à-dire qui n'ont pas de trous et qui ne s'auto-intersectent pas. On étudie la *triangulation* de ces polygones, c'est-à-dire le découpage d'un polygone en un ensemble de triangles adjacents, deux à deux disjoints, dont l'union constitue le polygone initial.

On appelle *diagonale* d'un polygone $\{P_1\ P_2\ ...\ P_n\}$ un segment $(P_i\ P_j)$ intérieur au polygone qui n'intersecte aucune arête du polygone et tel que P_i et P_j sont des sommets du polygone (Figure 1). Le but de l'exercice est de donner un algorithme de triangularisation qui n'utilise que des diagonales.

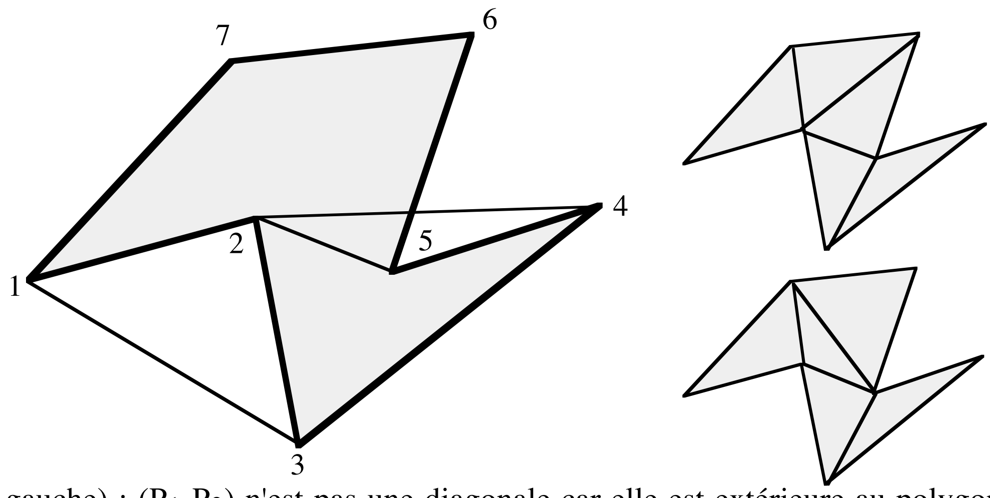

Figure 1 (à gauche) : $(P_1\ P_3)$ n'est pas une diagonale car elle est extérieure au polygone. $(P_2\ P_4)$ n'est pas une diagonale car elle intersecte $(P_5\ P_6)$. $(P_2\ P_5)$ est une diagonale. Les deux images de droite montrent qu'un même polygone peut être triangularisé de plusieurs façons par des diagonales.

1. Montrer que tout polygone simple a au moins une diagonale. Pour cela, considérer le sommet inférieur du polygone (P_3 dans la figure 1). Soit P_i ce segment ; montrer que soit le segment $(P_{i-1}\ P_{i+1})$ est une diagonale, soit le triangle $(P_{i-1}\ P_i\ P_{i+1})$ contient un sommet P_j du polygone et $(P_i\ P_j)$ est une diagonale.

2. En déduire une démonstration par induction que tout polygone est triangularisable par des diagonales, et un algorithme de triangularisation. (Indication : une fois que l'on a une diagonale, on peut découper le polygone initial en deux polygones que l'on triangularise à leur tour).

Tournez S.V.P. ../..

3. On appelle *oreille* d'un polygone un triangle formé de trois sommets successifs (P Q R) du polygone et tel que (P R) est une diagonale. On admet le théorème selon lequel tout polygone simple admet au moins deux oreilles. En déduire un algorithme de triangularisation plus efficace que celui de la question 2.

Exercice C (4 points)

L'un des avantages des courbes NURBS est de permettre la représentation d'arcs de coniques, c'est-à-dire des arcs d'ellipses (et donc de cercles), de paraboles et d'hyperboles. On se place en 2 dimensions avec des coordonnées homogènes (x, y, w), et on utilise des NURBS d'ordre 3, c'est-à-dire que la base utilisée est celle des polynômes de Bernstein d'ordre 3 :

$B_{i,1}(t) = 1$ si $t_i \leq t < t_{i+1}$, 0 sinon
$B_{i,2}(t) = ((t - t_i) / (t_{i+1} - t_i))\ B_{i,1}(t) + ((t_{i+2} - t) / (t_{i+2} - t_{i+1}))\ B_{i+1,1}(t)$
$B_{i,3}(t) = ((t - t_i) / (t_{i+2} - t_i))\ B_{i,2}(t) + ((t_{i+3} - t) / (t_{i+3} - t_{i+1}))\ B_{i+1,2}(t)$

L'équation des points Q(t) d'un segment de courbe est donc :

$Q(t) = P_0\ B_{0,3}(t) + P_1\ B_{1,3}(t) + P_2\ B_{2,3}(t)$ pour $0 \leq t < 1$

Comme Q(t) = (X(t) Y(t) W(t)) est en coordonnées homogènes, il faut diviser par la coordonné *w* pour obtenir les coordonnées dans le plan, soit x(t) = X(t) / W(t) et y(t) = Y(t) / W(t).

1. Calculer les polynômes $B_{i,3}(t)$ correspondant à la séquence de knots $t_i = \{0, 0, 0, 1, 1, 1\}$. Montrer que si deux knots consécutifs sont égaux, la courbe passe par le point de contrôle correspondant.

En déduire les expression de x(t) et y(t) et montrer que le segment de courbe passe par P_0 et P_2.

2. Montrer que le segment défini par la séquence de points de contrôle $P_0 = (1, 0, 1)$, $P_1 = (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$ et $P_2 = (0, 1, 1)$ et la séquence de knots {0, 0, 0, 1, 1, 1} définit un arc de cercle.

En déduire une séquence de points de contrôle et de knots qui définit un cercle complet.

Exercice D (6 points)

On se propose de faire des manipulations de couleurs à l'aide de transformations matricielles. Une couleur C = (r, g, b) transformée par la matrice M donne la couleur C' = (r', g', b') = M*C. On utilise des matrices 4x4 en ajoutant aux couleurs une quatrième coordonnée égale à 1. Le matrices utilisées ne changent pas cette coordonnée.

1. Ecrire la matrice **G** qui permet de transformer une couleur en un niveau de gris de même luminance. On rappelle que les valeurs de luminance des couleurs primaires saturées sont (approximativement) $l_r = 0.3$ pour le rouge, $l_g = 0.6$ pour le vert, $l_b = 0.1$ pour le bleu.

En déduire une matrice **D(s)** qui permet de désaturer une couleur avec un facteur *s*, $0 \leq s \leq 1$. Pour s = 1, la couleur n'est pas modifiée, pour s = 0, la couleur est transformée en son équivalent en niveau de gris. Pour les valeurs intermédiaires, la couleur a la même teinte et la même luminance mais une saturation plus faible.

2. Etant donné un niveau de luminance *l*, caractériser tous les points de l'espace RGB qui ont ce niveau de luminance. En déduire une matrice qui transforme toutes les couleurs de même luminosité *l* sur un plan qui coupe chaque axe à l'abscisse *l*.

Quelle est l'image du cube RGB par cette transformation ?

3. On cherche une matrice **R(a)** qui effectue une rotation de la teinte d'une couleur d'un angle *a* : R(180°) transforme chaque couleur en sa couleur complémentaire, R(120°) transforme le rouge en vert, le vert en bleu, le bleu en rouge, etc. Quel doit être l'axe de la rotation ?

Montrer qu'une simple rotation autour de cet axe change la luminosité de la couleur transformée. Décrire une séquence de transformations qui permet d'éliminer ce problème.