

Généralisation et Espace des Versions

Antoine Cornuéjols

AgroParisTech

et L.R.I., Université de Paris-Sud, Orsay (France)

antoine@lri.fr

<http://www.lri.fr/~antoine/>

03/06/10

Rappel : les grands problèmes de l'induction

03/06/10

2- Trois questions fondamentales

Cornuéjols 1-Introduction à l'Apprentissage Artificiel 3

1. Quel critère inductif ?

Quelle hypothèse devrait-on choisir étant donné l'échantillon d'apprentissage ?

2. Quel espace d'hypothèses ?

Quel espace d'hypothèses est approprié :

- Pour la tâche
- Pour que l'induction soit possible

3. Comment explorer l'espace des hypothèses ?

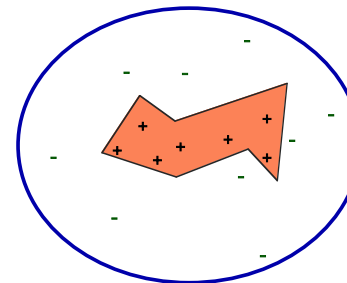
Résolution d'un problème d'optimisation :

- recherche d'une bonne hypothèse dans un espace de possibilités afin de satisfaire le critère inductif

03/06/10

2- Apprendre = explorer un espace d'hypothèses

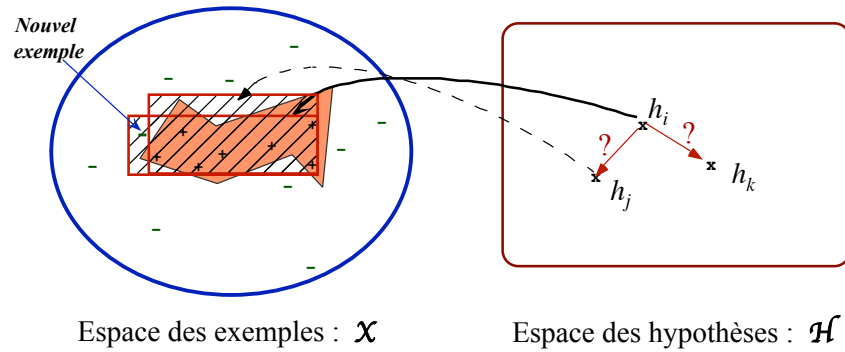
Cornuéjols 1-Introduction à l'Apprentissage Artificiel 4



- Comment choisir une (des) hypothèse(s) ?
- Notion de biais de représentation

03/06/10

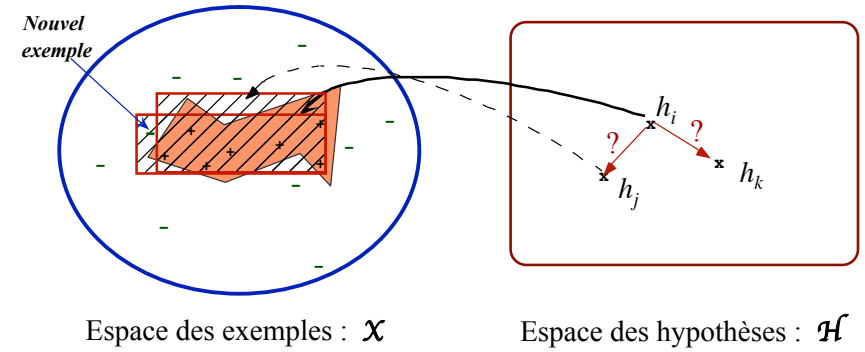
2- Apprendre = explorer un espace d'hypothèses



- Exploration de l'espace d'hypothèses
- Mesure de l'adéquation de l'hypothèse (critère de succès)

03/06/10

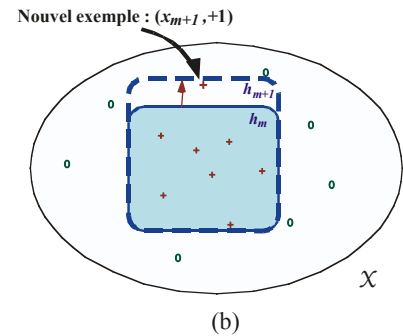
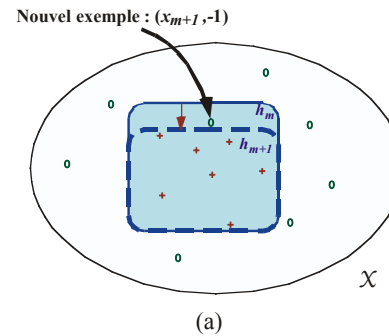
4- Apprendre = explorer un espace d'hypothèses



- Exploration de l'espace d'hypothèses
- ➔ guidée par les relations de généralités dans \mathcal{H}

03/06/10

**Structuration de \mathcal{H}
par la relation de généralité**



03/06/10

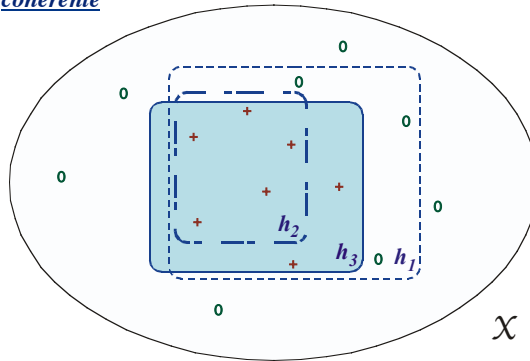
4- Induction et généralisation

Comment corriger une hypothèse défectueuse

03/06/10

4- Couverture des exemples par une hypothèse

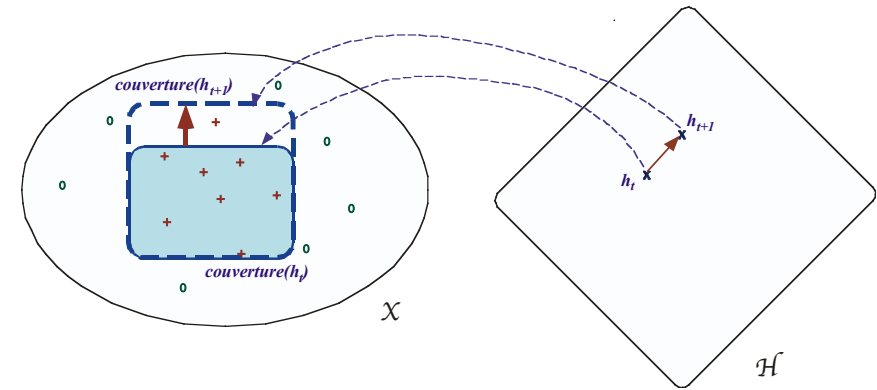
- h_1 : *complète* mais *incorrecte*
- h_2 : *correcte* mais *incomplète*
- h_3 : *complète* et *correcte* : cohérente



03/06/10

4- Relation d'inclusion et relation de généralité

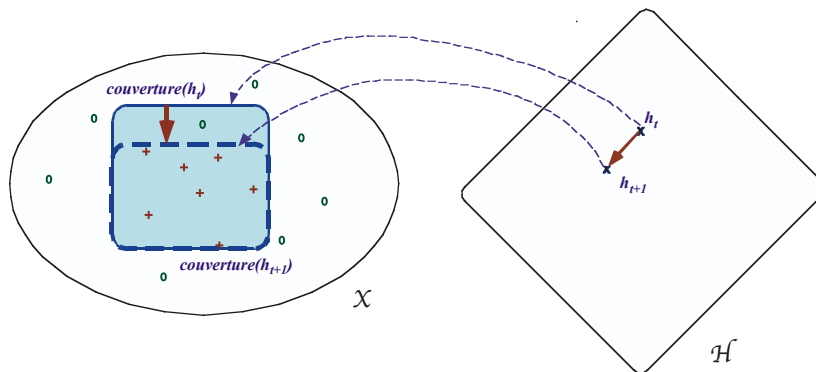
Vers la généralisation



03/06/10

4- Relation d'inclusion et relation de généralité

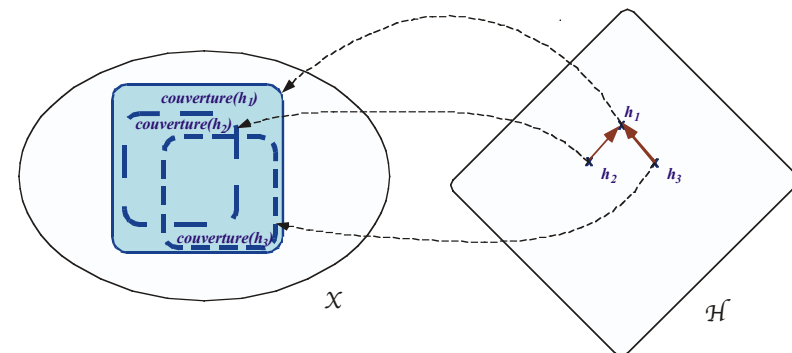
Vers la spécialisation



03/06/10

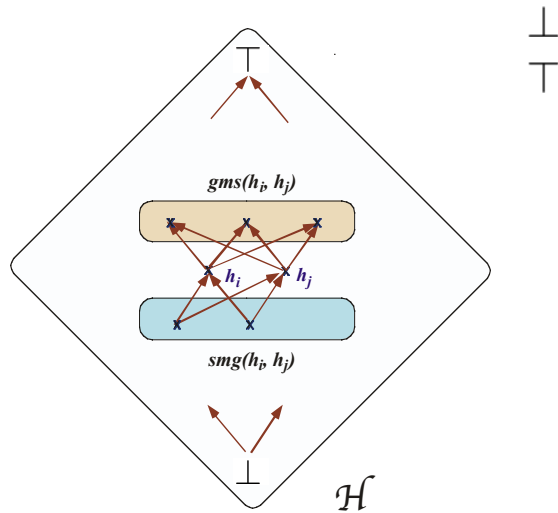
4- La relation de généralité induite dans H

Relation de généralité dans \mathcal{H} induite par la relation d'inclusion dans \mathcal{X}



03/06/10

Ordre partiel dans \mathcal{H}



03/06/10

- **Généralisation**

- Transforme une description en une description plus générale

- **Spécialisation**

- Duale de la généralisation
- (En général : produit une description qui est une conséquence logique de la description initiale)

- **Reformulation**

- Transforme une description en une description logiquement équivalente

03/06/10

- **Règle d'abandon de conjonction**

- $A \& B \rightarrow C \Rightarrow A \rightarrow C$
 ferrari & rouge \rightarrow coûteux \Rightarrow ferrari \rightarrow coûteux

- **Règle d'ajout d'alternative**

- $A \rightarrow C \Rightarrow A \vee B \rightarrow C$
 ferrari \rightarrow coûteux \Rightarrow ferrari \vee rouge \rightarrow coûteux

- **Règle d'extension du domaine de référence**

- $A \& [B = R] \rightarrow C \Rightarrow A \& [B = R'] \rightarrow C$
 grand & [couleur = rouge] \rightarrow coûteux
 \Rightarrow grand & [couleur rouge \vee bleu] \rightarrow coûteux

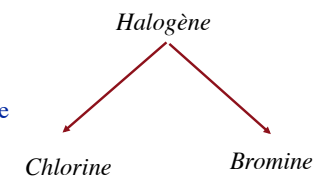
03/06/10

- **Règle de clôture d'intervalle**

- $A \& [B=v_1] \rightarrow C \& A \& [B=v_2] \rightarrow C \Rightarrow A \& [B=v_1 \dots v_2] \rightarrow C$
 grand & [coût = 100] \rightarrow à acheter && grand & [coût = 150] \rightarrow à acheter
 \Rightarrow grand & [coût = 100 .. 150] \rightarrow à acheter

- **Règle de l'ascension dans l'arbre de hiérarchie**

- $A \& [B=n_1] \rightarrow C \&& A \& [B=n_2] \rightarrow C \Rightarrow A \& [B=N] \rightarrow C$
 corrosif & [élément = chlorine] \rightarrow toxique
 corrosif & [élément = brome] \rightarrow toxique
 \Rightarrow corrosif & [élément = halogène] \rightarrow toxique



03/06/10

4- Opérateurs de généralisation

- Règle de variabilisation

$$\begin{aligned} \square F(a) \& F(b) \& \dots \rightarrow C \quad \Rightarrow \quad \exists v, F(v) \rightarrow C \\ \text{grand(sommet_objet) \& grand(fond_objet) \& } \dots \rightarrow C \\ \Rightarrow \quad \exists \text{ partie, grand(partie)} \rightarrow C \end{aligned}$$

- Règle de changement de conjonction en disjonction

$$\begin{aligned} \square A \& B \rightarrow C \quad \Rightarrow \quad A \vee B \rightarrow C \\ \text{grand \& rouge} \rightarrow \text{coûteux} \quad \Rightarrow \quad \text{grand} \vee \text{rouge} \rightarrow \text{coûteux} \end{aligned}$$

- Règle d'extension du domaine de quantification

$$\begin{aligned} \square \forall v, F(v) \rightarrow C \quad \Rightarrow \quad \exists v, F(v) \rightarrow C \\ \forall \text{ partie, grand(partie)} \rightarrow C \quad \Rightarrow \quad \exists \text{ partie, grand(partie)} \rightarrow C \end{aligned}$$

03/06/10

**Apprentissage par
l'algorithme d'élimination des candidats**

03/06/10

4- Opérateurs de généralisation

- Inversion de la résolution

$$\begin{aligned} \square A \& B \rightarrow C \quad \&\& \quad \neg A \& D \rightarrow C \quad \Rightarrow \quad B \vee D \rightarrow C \\ \text{vieux \& grand} \rightarrow C \quad \&\& \quad \neg \text{vieux \& rouge} \rightarrow C \\ \Rightarrow \quad \text{grand} \vee \text{rouge} \rightarrow C \end{aligned}$$

- Règle anti-extension

$$\begin{aligned} \square A \& [B=v_1] \rightarrow C \quad \&\& \quad D \& [B=v_2] \rightarrow \neg C \\ \Rightarrow \quad [B \neq v_2] \rightarrow C \end{aligned}$$

- Règle constructive de généralisation (modifiant les descripteurs)

$$\square A \& B \rightarrow C \quad \&\& \quad D \rightarrow C \quad \Rightarrow \quad A \& D \rightarrow C$$

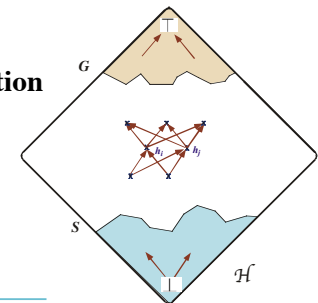
03/06/10

5- Représentation de l'espace des versions

Observation fondamentale :

L'espace des versions structuré par une relation d'ordre partiel peut être représenté par :

- sa borne supérieure : le *G-set*
- sa borne inférieure : le *S-set*



- *G-set* = Ensemble de toutes les hypothèses les plus **générales** cohérentes avec les exemples connus
- *S-set* = Ensemble de toutes les hypothèses les plus **spécifiques** cohérentes avec les exemples connus

03/06/10

5- Apprentissage ...

... par mise à jour de l'espace des versions

Idée :

maintenir le **S-set**

et le **G-set**

après chaque nouvel exemple

→ **Algorithme d'élimination des candidats**

03/06/10

5- Algorithme d'élimination des candidats

Initialiser S et G par (resp.) :

- l'ensemble des hypothèses les plus *spécifiques* (les plus *générales*) cohérentes avec le 1er exemple positif connu.

Pour chaque nouvel exemple (*positif* ou *négatif*)

- mettre à jour S
- mettre à jour G

Jusqu'à convergence

ou jusqu'à ce que $S = G = \emptyset$

03/06/10

5- Mise à jour de S

- x_i est négatif
 - Éliminer les hypothèses de S couvrant (indûment) x_i
- x_i est positif
 - Généraliser les hypothèses de S ne couvrant pas x_i juste assez pour qu'elles le couvrent
 - Puis éliminer les hypothèses de S
 - couvrant un ou plusieurs exemples négatifs
 - plus générales que des hypothèses de S

03/06/10

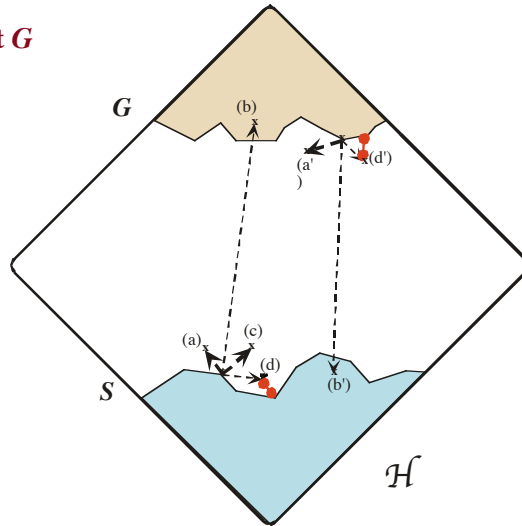
5- Mise à jour de G

- x_i est positif
 - Éliminer les hypothèses de G ne couvrant pas x_i
- x_i est négatif
 - Spécialiser les hypothèses de G couvrant x_i juste assez pour qu'elles ne le couvrent plus
 - Puis éliminer les hypothèses de G
 - n'étant pas plus générales qu'au moins un élément de S
 - plus spécifiques qu'au moins une autre hypothèse de G

03/06/10

5- Algorithme d'élimination des candidats

Mise à jour des bornes S et G



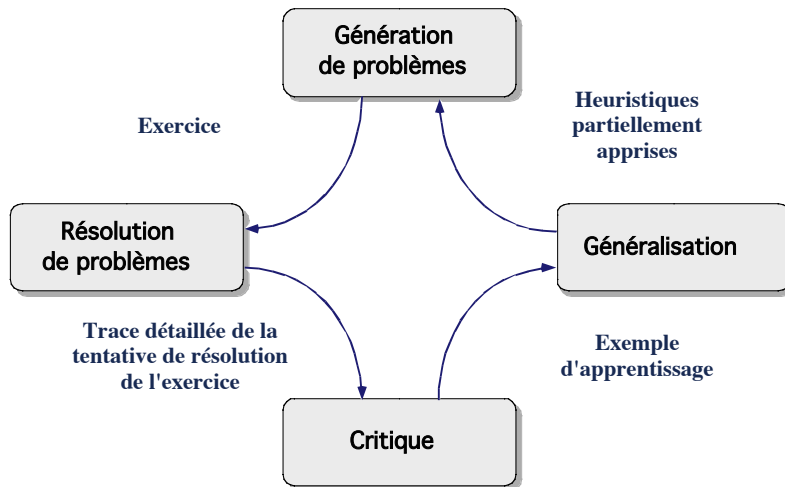
03/06/10

5- Propriétés de l'AEC

- Incrémentalité
- Complexité ?
- Utilisation si non convergence ?
- Que signifie $S = G = \emptyset$?
- Possibilité d'"apprentissage actif" ?
- Que faire si les données sont bruitées ?

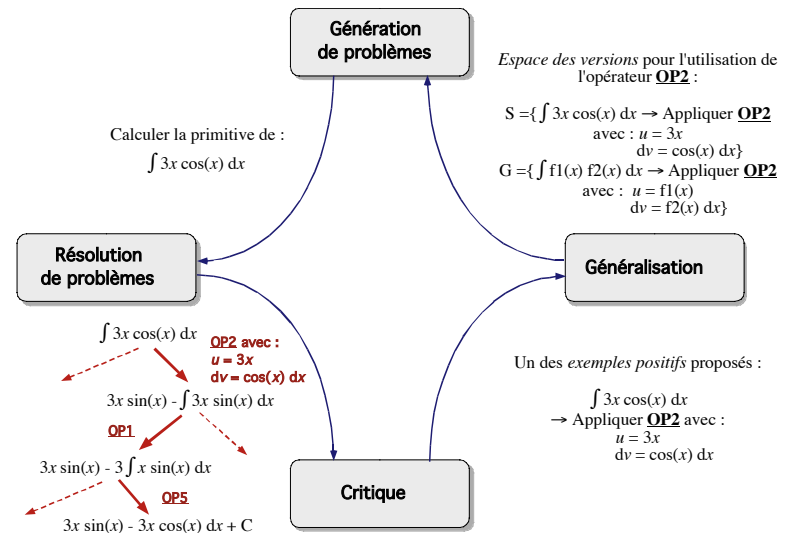
03/06/10

5- Exemple : le système LEX (1)



03/06/10

5- Exemple : le système LEX (2)



03/06/10