

Ecole Polytechnique – Université Paris Sud - INSTN

Master 2 ISIC

Fondements des systèmes numériques

Octobre 2006

Nom : ETIEMBLE

Prénom: Daniel

N° étudiant : _____

Signature: de@lri.fr

Durée : **1H 30mn**

**Répondre à toutes les questions sur les feuilles fournies.
Il y a de l'espace supplémentaire à la fin si nécessaire.
TOUS DOCUMENTS AUTORISES**

Les questions sont indépendantes.

Notation

1 _____ /

–
2 _____ /

–
3 _____ /

–
4 _____ /

–
TOTAL _____ /20

–

Question 1 : simplification de fonctions logiques

Le circuit ci-dessous implante une fonction logique f de 3 entrées. Est ce que l'on peut supprimer une porte ET du circuit sans changer la fonction logique ? Si oui, quelle porte peut-on supprimer ? S'il y a plusieurs manières, indiquer toutes les manières de supprimer une porte.

Figure 1 : circuit à simplifier

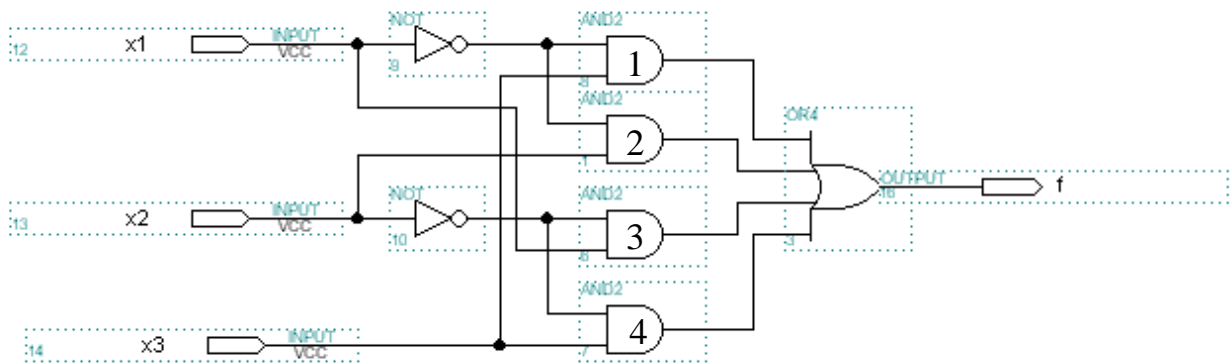
REPONSE:

$$f = \overline{x_1} \cdot x_3 + \overline{x_1} \cdot x_2 + x_1 \cdot \overline{x_2} + \overline{x_2} \cdot x_3$$

x2x3

	00	01	11	10
x1 0		1	1	1
x1 1	1	1		

Les termes $\overline{x_2} \cdot x_3$ ou $\overline{x_1} \cdot x_3$ peuvent être supprimés car on peut couvrir tous les 1 (deux par deux) sans les utiliser simultanément. La **porte 4** ou la **porte 1** peuvent donc être supprimées. Il y a deux solutions.



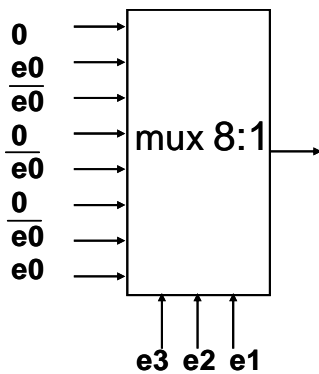
QUESTION 2 : Implantation de circuits

- a. Implanter la fonction logique $f(e_3, e_2, e_1, e_0) = \sum m(3, 4, 8, 12, 15)$ avec un multiplexeur 8 entrées et uniquement un inverseur

REPONSE:

a)

M	E3	E2	E1	E0	f
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	1



3 autres solutions en utilisant (e_3, e_2, e_0) , (e_3, e_1, e_0) et (e_2, e_1, e_0) comme entrées de commande.

- b. Implanter la fonction logique $f(e_3, e_2, e_1, e_0) = \sum m(1, 2, 4, 7, 8, 11, 13, 14)$ avec le nombre minimal de tables de correspondance à 3 entrées (LUT-3). Présenter la solution en dessinant les LUT, et en indiquant à l'intérieur la fonction logique de 3 entrées implantées par chaque LUT (sous forme d'expression logique).

$$f = \overline{e_0}(\overline{e_3} \cdot \overline{e_2} \cdot \overline{e_1} + \overline{e_3} \cdot \overline{e_2} \cdot e_1 + \overline{e_3} \cdot e_2 \cdot \overline{e_1} + \overline{e_3} \cdot e_2 \cdot e_1) + e_0(\overline{e_3} \cdot \overline{e_2} \cdot e_1 + \overline{e_3} \cdot e_2 \cdot \overline{e_1} + \overline{e_3} \cdot e_2 \cdot e_1 + e_3 \cdot \overline{e_2} \cdot \overline{e_1})$$

$$A = \overline{e_3} \cdot \overline{e_2} \cdot \overline{e_1} + \overline{e_3} \cdot \overline{e_2} \cdot e_1 + \overline{e_3} \cdot e_2 \cdot \overline{e_1} + \overline{e_3} \cdot e_2 \cdot e_1$$

$$B = \overline{e_3} \cdot \overline{e_2} \cdot e_1 + \overline{e_3} \cdot e_2 \cdot \overline{e_1} + \overline{e_3} \cdot e_2 \cdot e_1 + e_3 \cdot \overline{e_2} \cdot \overline{e_1}$$

$$f = \overline{e_0} \cdot A + e_0 \cdot B$$

3 LUTs à 3 entrées.

Remarque : on peut développer par rapport aux autres variables e1, e2 ou e3

M	E3	E2	E1	E0	f
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	1

- c. Implanter simultanément les fonctions logiques $f(e_3, e_2, e_1, e_0) = \sum m(2, 5, 6, 10, 11)$ et $g(e_3, e_2, e_1, e_0) = \sum m(1, 2, 3, 6, 7, 9, 10, 15)$ avec le nombre minimal de tables de correspondance à 3 entrées (LUT-3). Présenter la solution en dessinant les LUT, et en indiquant à l'intérieur la fonction logique de 3 entrées implantées par chaque LUT (sous forme d'expression logique).

$$f(e_3, e_2, e_1, e_0) = \sum m(2, 5, 6, 10, 11)$$

$$g(e_3, e_2, e_1, e_0) = \sum m(1, 2, 3, 6, 7, 9, 10, 15)$$

$$\text{Soit } A = \sum m(2, 6, 10)$$

$$B = \sum m(5, 11)$$

$$C = \sum m(1, 3, 7, 9, 15)$$

$$\text{On a } f = A+B \text{ et } g=A+C$$

$$A = \overline{e_0}(\overline{e_3}.\overline{e_2}.\overline{e_1} + \overline{e_3}.e_2.\overline{e_1} + e_3.\overline{e_2}.\overline{e_1})$$

$$B = e_0(\overline{e_3}.e_2.\overline{e_1} + e_3.\overline{e_2}.e_1)$$

$$C = e_0(\overline{e_3}.\overline{e_2}.\overline{e_1} + \overline{e_3}.e_2.\overline{e_1} + \overline{e_3}.e_2.e_1 + e_3.\overline{e_2}.\overline{e_1} + e_3.\overline{e_2}.e_1)$$

$$a = \overline{e_3}.\overline{e_2}.\overline{e_1} + \overline{e_3}.e_2.\overline{e_1} + e_3.\overline{e_2}.\overline{e_1}$$

$$b = \overline{e_3}.e_2.\overline{e_1} + e_3.\overline{e_2}.e_1$$

$$c = \overline{e_3}.\overline{e_2}.\overline{e_1} + \overline{e_3}.e_2.\overline{e_1} + \overline{e_3}.e_2.e_1 + e_3.\overline{e_2}.\overline{e_1} + e_3.\overline{e_2}.e_1$$

$$f = \overline{e_0}.a + e_0.b$$

$$g = \overline{e_0}.a + e_0.b$$

On a donc 5 LUTs à 3 entrées, qui implante les fonctions a, b, c, f et g.

QUESTION 3 : Circuits séquentiels

Soit le circuit de la figure 2, constitué de bascules D qui changent d'état sur le front montant de l'horloge.

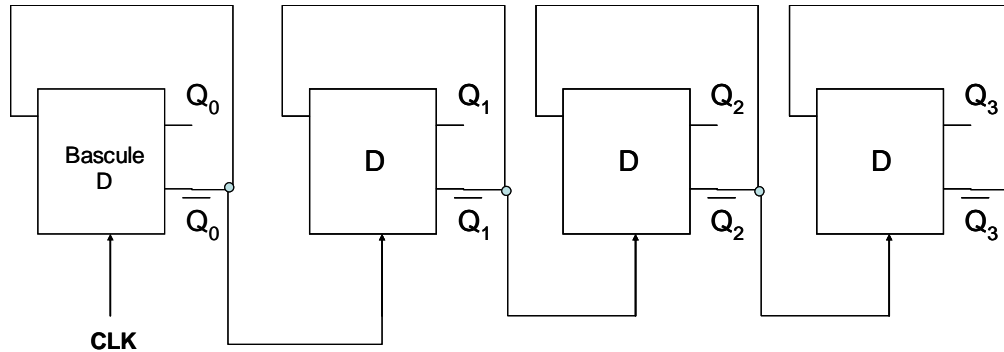


Figure 2 : Circuit asynchrone

En supposant que l'on part de l'état $Q_0=Q_1=Q_2=Q_3 = 0$, donner l'évolution du circuit après chaque transition montante de l'horloge. Que fait ce circuit ?

Q_0	Q_1	Q_2	Q_3
0	0	0	0
1	0	0	0
0	1	0	0
1	1	0	0
0	0	1	0
1	0	1	0
0	1	1	0
1	1	1	0
0	0	0	1
1	0	0	1
0	1	0	1
1	1	0	1
0	0	1	1
1	0	1	1
0	1	1	1
1	1	1	1

Chaque bascule change d'état sur la transition montante de son horloge

La première à chaque coup d'horloge

Les autres lors de la transition montante de Q_{i-1} / soit le passage de 1 à 0 de Q_{i-1} .

Il s'agit d'un compteur par 16 asynchrone.

Question 4 : Compteurs

On dispose d'un compteur synchrone modulo 16 avec une entrée de commande K chargement/compteur. Lorsque $K=0$, on charge le contenu des entrées $P_3P_2P_1P_0$. Lorsque $K=1$, le circuit fonctionne en compteur.

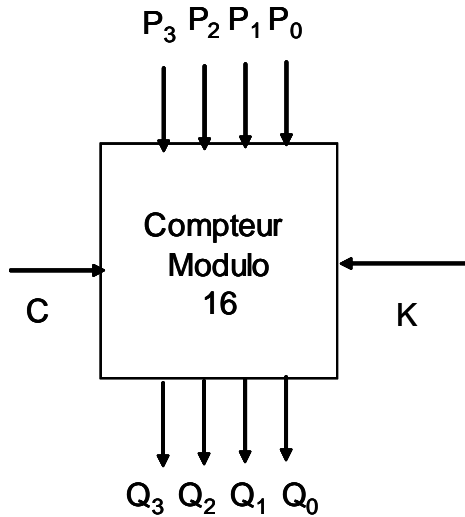
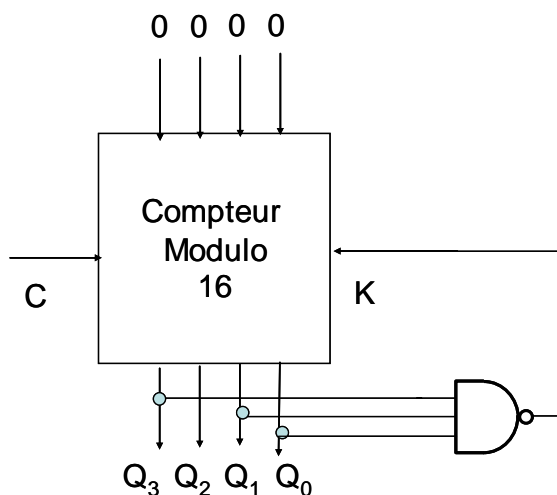
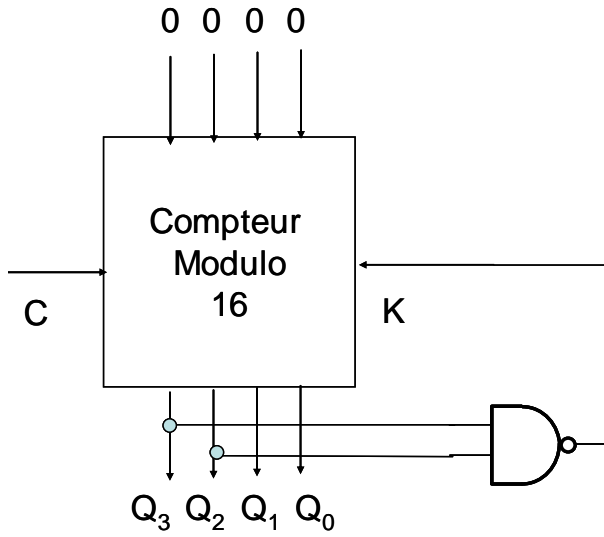


Figure 3 : compteur modulo 16 avec chargement

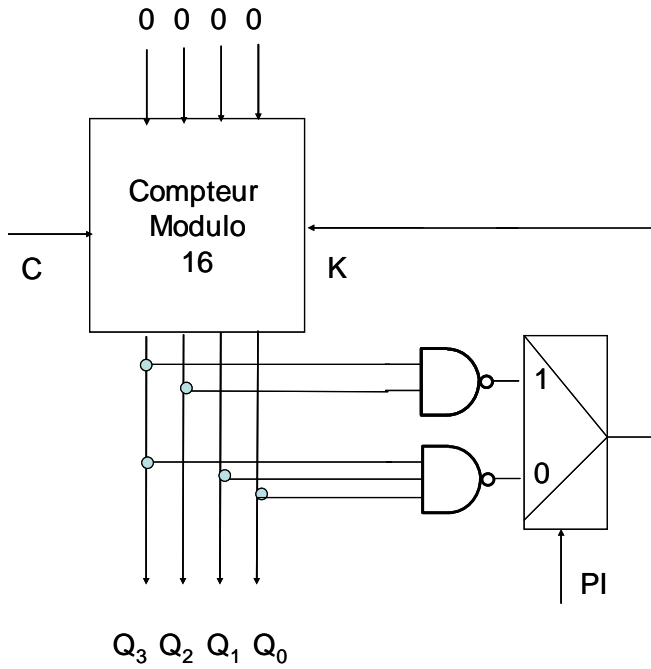
- Réaliser un compteur par 12 avec le compteur modulo 16. On donnera le schéma logique utilisant le compteur modulo 16 et des portes.
- Réaliser un compteur par 13 avec le compteur modulo 16. On donnera le schéma logique utilisant le compteur modulo 16 et des portes.
- Réaliser un compteur qui a une entrée de commande PI, tel que le compteur fonctionne en compteur par 12 si $PI = 0$ et en compteur par 13 si $PI = 1$. On essaiera de minimiser la quantité de portes utilisées



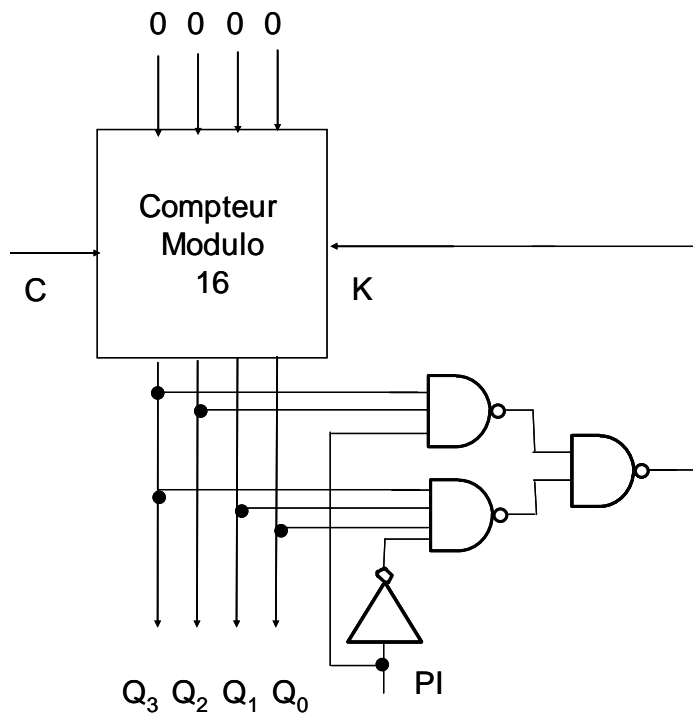
Compteur par 12 : reconnaît la configuration 11 et charge 0



Compteur par 13. La porte NAND reconnaît la configuration 12 et charge 0



Compteur par 12/13 : solution utilisant un multiplexeur.



Compteur 12/13 : solution réalisée avec des portes

$$\bar{K} = Q_3 \cdot Q_1 \cdot Q_0 \cdot \bar{PI} + Q_3 \cdot Q_2 \cdot PI$$