Module Master Recherche
Apprentissage et Fouille

Michele Sebag
http://tao.lri.fr

Automne 2009

Représentation pour l'apprentissage

- Sélection d'attributs
- Changements de représentation linéaires
- Changements de représentation non linéaires

Au début sont les données...

	AGE	SEX	BMI	BP	⋯ Serum Measurements ⋯						Response
Patient	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	y
1	59	2	32.1	101	157	93.2	38	4	4.9	87	151
2	48	1	21.6	87	183	103.2	70	3	3.9	69	75
3	72	2	30.5	93	156	93.6	41	4	4.7	85	141
4	24	1	25.3	84	198	131.4	40	5	4.9	89	206
5	50	1	23.0	101	192	125.4	52	4	4.3	80	135
6	23	1	22.6	89	139	64.8	61	2	4.2	68	97
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
441	36	1	30.0	95	201	125.2	42	5	5.1	85	220
442	36	1	19.6	71	250	133.2	97	3	4.6	92	57

Motivations : Trouver et élaguer des descripteurs

Avant l'apprentissage : décrire les données.

- Une description trop pauvre $\Rightarrow$ on ne peut rien faire
- Une description trop riche $\Rightarrow$ on doit élaguer les descripteurs

Pourquoi ?

- L'apprentissage n'est pas un problème bien posé
- $\Longrightarrow$ Rajouter de l'information inutile (l'age du vélo de ma grand-mère) peut dégrader les hypothèses obtenues.

Feature Selection, Position du problème

Contexte

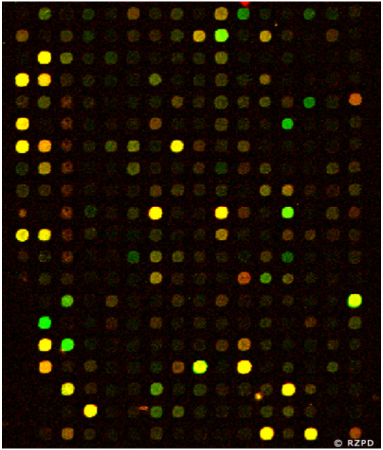
- Trop d'attributs % nombre exemples
  - En enlever — Feature Selection
  - En construire d'autres — Feature Construction
  - En construire moins — Dimensionality Reduction
- Cas logique du 1er ordre : — Propositionalisation

Le but caché : sélectionner ou construire des descripteurs ?

- Feature Construction : construire les bons descripteurs
- A partir desquels il sera facile d'apprendre
- Les meilleurs descripteurs = les bonnes hypothèses...

Quand l'apprentissage c'est la sélection d'attributs

Bio-informatique



- 30 000 gènes
- peu d'exemples (chers)
- but : trouver les gènes pertinents

Il est facile de faire n'importe quoi

Un exemple d'aventure fort désagréable...

http://www-stat.stanford.edu/~hastie/TALKS/barossa.pdf

(Rappel) Définition de p-value

Contexte : observation — le rouge est sorti 14 fois sur 20

Question : est-ce le hasard ? — deux hypothèses

- H_0: le casino est honnête — $\Pr(\text{rouge}) = 1/2$
- … ou non

p-value : Proba (observations | H_0)

probabilité d'observer ça sous l'hypothèse H_0

Nb de rouges sur N tirages $\sim \mathcal{B}(N, 1/2)$

$\Pr(\#\ \text{rouges} \leq 14) = .057$

… On rejette l'hypothèse H_0 à 5% de niveau de confiance

Position du problème

Buts

- Sélection : trouver un sous-ensemble d'attributs
- Ordre/Ranking : ordonner les attributs

Formulation

Soient les attributs $\mathcal{A} = \{a_1, ..a_d\}$. Soit la fonction :

$$\begin{aligned} \mathcal{F} : \mathcal{P}(\mathcal{A}) &\mapsto \mathbb{R} \\ A \subset \mathcal{A} &\mapsto Err(A) = \text{ erreur min. des hypothèses fondées sur } A \end{aligned}$$

Trouver $Argmin(\mathcal{F})$

Difficultés

- Un problème d'optimisation combinatoire (2^d)
- D'une fonction $\mathcal{F}$ inconnue...

Selection de features: approche filtre

Méthode univariée

Définir *score*(a_i); ajouter itérativement les attributs maximisant *score*

ou retirer itérativement les attributs minimisant *score*

$+$ simple et pas cher

$-$ optima très locaux

Backtrack possible

- Etat courant $\mathcal{A}$
- Ajouter a_i à $\mathcal{A}$
- Peut être ajouter a_i rend $a_j \in \mathcal{A}$ inutile ?
- Essayer d'enlever les features de $\mathcal{A}$

Backtrack $=$ moins glouton; meilleures solutions ; beaucoup plus cher.

Selection de features: approche wrapping

Méthode multivariée

Mesurer la qualité d'un ensemble d'attributs :

$$\text{estimer } \mathcal{F}(a_{i1}, ...a_{ik})$$

Contre

Beaucoup plus cher : une estimation = un pb d'apprentissage.

Pour

Optima meilleurs

Selection de features: approche embarquée (embedded)

Principe – online

On rajoute à l'apprentissage un critère qui favorise les hypothèses à peu d'attributs.

Par exemple : trouver w, $h(x) = wx$, qui minimise

$$\sum_i (h(x_i) - y_i)^2 + \sum_d |w_d|$$

Premier terme : coller aux données

Deuxième terme : favoriser w avec beaucoup de coordonnées nulles

Principe – offline

On a trouvé

$$h(x) = wx = \sum_d w_d x_d$$

Si $|w_d|$ petit, l'attribut d n'est pas important... Les enlever et recommencer.

Approches filtre, 1

Notations

Base d'apprentissage : $\mathcal{E} = \{(x_i, y_i), i = 1..n, y_i \in \{-1, 1\}\}$

$a(x_i) =$ valeur attribut a pour exemple (x_i)

Corrélation

$$corr(a) = \frac{\sum_i a(x_i).y_i}{\sqrt{\sum_i (a(x_i))^2 \;\times\; \sum_i y_i^2}} \propto \sum_i a(x_i).y_i = \;\; < a, y >$$

Limites

- Attributs corrélés entre eux
- Dépendance non linéaire

Approches filtre, 2

Corrélation et projection — Stoppiglia et al. 2003

Repeat

- a^* = attribut le plus corrélé à la classe

$$a^* = argmax\{\sum_i a(x_i) y_i, \; a \in \mathcal{A}\}$$

- Projeter les autres attributs sur l'espace orthogonal à a^*

$$\forall b \in \mathcal{A} \qquad b \rightarrow \quad b - \frac{<a^*, b>}{<a^*, a^*>} \; a^*$$

$$b(x_i) \rightarrow \quad b(x_i) - \frac{\sum_j a^*(x_j) b(x_j)}{\sqrt{\sum_j a^*(x_j)^2} \sqrt{\sum_j b(x_j)^2}} a^*(x_i)$$

Corrélation et projection, suite

- Projeter y sur l'espace orthogonal à a^*

$$y \rightarrow y - \frac{<a^*,y>}{<a^*,a^*>} a^*$$
$$y_i \rightarrow y_i - -\frac{\sum_j a^*(x_j) y_j}{\sum_j a^*(x_j)^2} a^*(x_i)$$

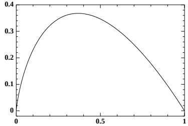
- Until Critère d'arrêt
  - Rajouter des attributs aléatoires ($r(x_i) = \pm 1$) *probe*
  - Quand le critère de corrélation sélectionne des attributs aléatoires, s'arrêter.

Limitations
quand il y a plus de 6-7 attributs pertinents, ne marche pas bien.

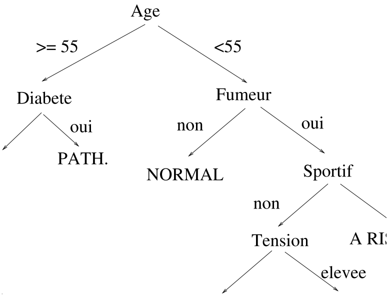
Approches filtre, 3

Gain d'information — arbres de décision

$$p([a = v]) = Pr(y = 1 | a(x_i) = v)$$
$$QI([a = v]) = -p([a = v]) \log p([a = v])$$
$$QI(a) = \sum_v Pr(a(x_i) = v) QI([a = v])$$



Gain d'information, suite



Limitations

Les mêmes que celles des arbres de décision
Problème de XOR.

Quelques scores

en fouille de textes, contexte supervisé

Notations : c_i une classe a_k un mot (ou terme)

Critères

1. Fréquence conditionnelle $P(c_i|a_k)$
2. Information mutuelle $P(c_i, a_k) Log(\frac{P(c_i,a_k)}{P(c_i)P(a_k)})$
3. Gain d'information $\sum_{c_i,\neg c_i} \sum_{a_k,\neg a_k} P(c, a) Log \frac{p(a,c)}{P(a)P(c)}$
4. Chi-2 $\frac{(P(t,c)P(\neg t,\neg c) - P(t,\neg c)P(\neg t,c))^2}{P(t)P(\neg t)P(c)P(\neg c)}$
5. Pertinence $Log \frac{P(t,c)+d}{P(\neg t,\neg c)+d}$

Approches wrapper

Principe générer/tester

Etant donné une liste de candidats $\mathcal{L} = \{A_1, .., A_p\}$

- Générer un candidat A
- Calculer $\mathcal{F}(A)$
  - apprendre h_A à partir de $\mathcal{E}_{|A}$
  - tester h_A sur un ensemble de test $= \hat{\mathcal{F}}(A)$
- Mettre à jour $\mathcal{L}$.

Algorithmes

- hill-climbing / multiple restart
- algorithmes génétiques — Vafaie-DeJong, IJCAI 95
- (*) programmation génétique & feature construction. — Krawiec, GPEH 01

Approches a posteriori

Principe

- Construire des hypothèses
- En déduire les attributs importants
- Eliminer les autres
- Recommencer

Algorithme : SVM Recursive Feature Elimination Guyon et al. 03

- SVM linéaire $\rightarrow h(x) = sign(\sum w_i.a_i(x) + b)$
- Si $|w_i|$ est petit, a_i n'est pas important
- Eliminer les k attributs ayant un poids min.
- Recommencer.

Limites

Hypothèses linéaires

- Un poids par attribut.

Quantité des exemples

- Les poids des attributs sont liés.
- La dimension du système est liée au nombre d'exemples.

Or le pb de FS se pose souvent quand il n'y a pas assez d'exemples

Représentation pour l'apprentissage

- Sélection d'attributs
- Changements de représentation linéaires
- Changements de représentation non linéaires

Partie 2. Changements de représentation lineaires

- Réduction de dimensionalité
- Analyse en composantes principales
- Projections aléatoires
- Analyse sémantique latente

Dimensionality Reduction – Intuition

Degrees of freedom

- Image: 4096 pixels; but not independent
- Robotics: (# camera pixels + # infra-red) $\times$ time; but not independent

Goal

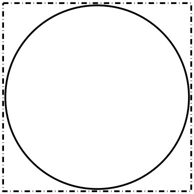
Find the (low-dimensional) structure of the data:

- Images
- Robotics
- Genes

Dimensionality Reduction

In high dimensions

- Everybody lives in the corners of the space
  Volume of Sphere $V_n = \frac{2\pi r^2}{n} V_{n-2}$
- All points are far from each other



Approaches

- Linear dimensionality reduction
  - Principal Component Analysis
  - Random Projection
- Non-linear dimensionality reduction

Criteria

- Complexity/Size
- Prior knowledge

e.g., relevant distance

Linear Dimensionality Reduction

Training set *unsupervised*

$$\mathcal{E} = \{(\mathbf{x}_k), \mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^D, k = 1 \dots N\}$$

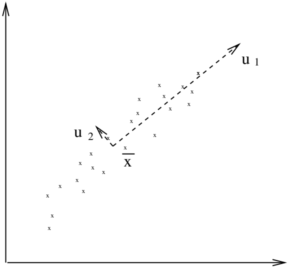
Projection from $\mathbb{R}^D$ onto $\mathbb{R}^d$

$$\begin{array}{ll} \mathbf{x} \in \mathbb{R}^D \rightarrow & h(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^d,\ d << D \\ & h(\mathbf{x}) = A\mathbf{x} \\ & \\ s.t.\ \text{minimize} & \sum_{k=1}^N ||\mathbf{x}_k - h(\mathbf{x}_k)||^2 \end{array}$$

Principal Component Analysis

Covariance matrix S

Mean $\mu_i = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} X_i(\mathbf{x}_k)$



$$S_{ij} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}(X_i(\mathbf{x}_k) - \mu_i)(X_j(\mathbf{x}_k) - \mu_j)$$

symmetric $\Rightarrow$ can be diagonalized

$$S = U\Delta U' \qquad \Delta = Diag(\lambda_1, \ldots \lambda_D)$$

Thm: Optimal projection in dimension d

projection on the first d eigenvectors of S

Let u_i the eigenvector associated to eigenvalue λ_i $\qquad \lambda_i > \lambda_{i+1}$

$$h : \mathbb{R}^D \mapsto \mathbb{R}^d, h(\mathbf{x}) =< \mathbf{x}, u_1 > u_1 + \ldots + < \mathbf{x}, u_d > u_d$$

Sketch of the proof

1. Maximize the variance of $h(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$

$\sum_k ||\mathbf{x}_k - h(\mathbf{x}_k)||^2 = \sum_k ||\mathbf{x}_k||^2 - \sum_k ||h(\mathbf{x}_k)||^2$

$$\text{Minimize } \sum_k ||\mathbf{x}_k - h(\mathbf{x}_k)||^2 \Rightarrow \text{ Maximize } \sum_k ||h(\mathbf{x}_k)||^2$$

$$Var(h(\mathbf{x})) = \frac{1}{N}\left(\sum_k ||h(\mathbf{x}_k)||^2 - ||\sum_k h(\mathbf{x}_k)||^2\right)$$

As

$$||\sum_k h(\mathbf{x}_k)||^2 = ||A\sum_k \mathbf{x}_k||^2 = N^2||A\mu||^2$$

where $\mu = (\mu_1, \ldots .\mu_D)$.

Assuming that $\mathbf{x}_k$ are centered ($\mu_i = 0$) gives the result.

Sketch of the proof, 2

2. Projection on eigenvectors u_i of S

Assume $h(\mathbf{x}) = A\mathbf{x} = \sum_{i=1}^{d} < \mathbf{x}, v_i > v_i$ and show $v_i = u_i$.

$$Var(AX) = (AX)(AX)' = A(XX')A' = ASA' = A(U\Delta U')A'$$

Consider $d = 1, \;\; v_1 = \sum w_i u_i$ $\qquad \sum w_i^2 = 1$

remind $\lambda_i > \lambda_{i+1}$

$$Var(AX) = \sum \lambda_i w_i^2$$

maximized for $w_1 = 1, w_2 = \ldots = w_N = 0$
that is, $v_1 = u_i$.

Principal Component Analysis, Practicalities

Data preparation

- Mean centering the dataset

$$\begin{aligned}
\mu_i &= \tfrac{1}{N}\textstyle\sum_{k=1}^{N} X_i(\mathbf{x}_k) \\
\sigma_i &= \sqrt{\tfrac{1}{N}\textstyle\sum_{k=1}^{N} X_i(\mathbf{x}_k)^2 - \mu_i^2} \\
z_k &= \left(\tfrac{1}{\sigma_i}(X_i(\mathbf{x}_k) - \mu_i)\right)_{i=1}^{D}
\end{aligned}$$

Matrix operations

- Computing the covariance matrix

$$S_{ij} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} X_i(z_k) X_j(z_k)$$

- Diagonalizing $S = U'\Delta U$ might be not affordable... Complexity $\mathcal{O}(D^3)$

Random projection

Random matrix

$$A : \mathbb{R}^D \mapsto \mathbb{R}^d \qquad A[d, D] \qquad A_{i,j} \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

define

$$h(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{d}} A\mathbf{x}$$

Property: h preserves the norm in expectation

$$E[||h(\mathbf{x})||^2] = ||\mathbf{x}||^2$$

With high probability $1 - 2exp\{-(\varepsilon^2 - \varepsilon^3)\frac{d}{4}\}$

$$(1 - \varepsilon)||\mathbf{x}||^2 \leq ||h(\mathbf{x})||^2 \leq (1 + \varepsilon)||\mathbf{x}||^2$$

Random projection

Proof

$$
\begin{aligned}
h(\mathbf{x}) &= \frac{1}{\sqrt{d}} A\mathbf{x} \\
E(||h(\mathbf{x})||^2) &= \frac{1}{d} E\left[\sum_{i=1}^{d}\left(\sum_{j=1}^{D} A_{i,j}X_j(\mathbf{x})\right)^2\right] \\
&= \frac{1}{d}\sum_{i=1}^{d} E\left[\left(\sum_{j=1}^{D} A_{i,j}X_j(\mathbf{x})\right)^2\right] \\
&= \frac{1}{d}\sum_{i=1}^{d}\sum_{j=1}^{D} E[A_{i,j}^2]E[X_j(\mathbf{x})^2] \\
&= \frac{1}{d}\sum_{i=1}^{d}\sum_{j=1}^{D} \frac{||\mathbf{x}||^2}{D} \\
&= ||\mathbf{x}||^2
\end{aligned}
$$

Random projection, 2

Johnson Lindenstrauss Lemma

For $d > \frac{9 \ln N}{\varepsilon^2 - \varepsilon^3}$, with high probability

$$(1-\varepsilon)||\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j||^2 \leq ||h(\mathbf{x}_i) - h(\mathbf{x}_j)||^2 \leq (1+\varepsilon)||\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j||^2$$

More:

`http://www.cs.yale.edu/clique/resources/RandomProjectionMethod.pdf`

Analyse Sémantique Latente - LSA

1. Motivation
2. Algorithme
3. Discussion

Exemple

- c1: ***Human*** machine ***interface*** for ABC ***computer*** applications
- c2: A ***survey*** of ***user*** opinion of ***computer*** ***system*** ***response*** ***time***
- c3: The ***EPS*** ***user*** ***interface*** management ***system***
- c4: ***System*** and ***human*** ***system*** engineering testing of ***EPS***
- c5: Relation of ***user*** perceived ***response time*** to error measurement

- m1: The generation of random, binary, ordered ***trees***
- m2: The intersection ***graph*** of paths in ***trees***
- m3: ***Graph*** ***minors*** IV: Widths of ***trees*** and well-quasi-ordering
- m4: ***Graph*** ***minors***: A ***survey***

Exemple, suite

	c1	c2	c3	c4	c5	m1	m2	m3	m4
human	1	0	0	1	0	0	0	0	0
interface	1	0	1	0	0	0	0	0	0
computer	1	1	0	0	0	0	0	0	0
user	0	1	1	0	1	0	0	0	0
system	0	1	1	2	0	0	0	0	0
response	0	1	0	0	1	0	0	0	0
time	0	1	0	0	1	0	0	0	0
EPS	0	0	1	1	0	0	0	0	0
survey	0	1	0	0	0	0	0	0	1
trees	0	0	0	0	0	1	1	1	0
graph	0	0	0	0	0	0	1	1	1
minors	0	0	0	0	0	0	0	1	1

LSA, 2

Motivations

- Contexte : représentation sac de mots
- Malédiction de la dimensionalité $\mathbb{R}^D$
- Synonymie / Polysémie

Objectifs

- Réduire la dimension $\mathbb{R}^d$
- Avoir une "bonne topologie" une bonne distance

Remarque

- une similarité évidente : le cosinus
- pourquoi ce n'est pas bon ?

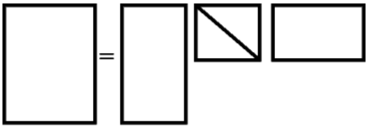
Plus d'info

http://lsa.colorado.edu

LSA, 3

Input

Matrice X = mots $\times$ documents



Principe

1. Changement de base des mots,documents aux concepts
2. Réduction de dimension

Différence Analyse en composantes principales

LSA $\equiv$ Singular Value Decomposition

Input

X matrice mots $\times$ documents $\quad m \times d$

$$X = U' \; S \; V$$

avec

- U : changement de base mots $\quad m \times r$
- V : changement de base des documents $\quad r \times d$
- S : matrice diagonale $\quad r \times r$

Réduction de dimension

- S Ordonner par valeur propre décroissante
- $S' = S$ avec annulation de toutes les vp, sauf les (300) premières.

$$X' = U'S'V$$

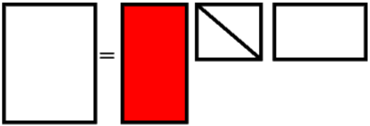
Intuition

$$X = \begin{array}{c} \\ d_1 \\ d_2 \end{array} \begin{array}{cccc} m_1 & m_2 & m_3 & m_4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} & m_1 & m_2 & m_3 & m_4 \\ d_1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ d_2 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

m_1 et m_4 ne sont pas "physiquement" ensemble dans les mêmes documents ; mais ils sont avec les mêmes mots ; "donc" ils sont un peu "voisins"...
Après SVD + Réduction,

$$X = \begin{pmatrix} & m_1 & m_2 & m_3 & m_4 \\ d_1 & \epsilon & 1 & 1 & 1 \\ d_2 & 1 & 1 & 1 & \epsilon \end{pmatrix}$$

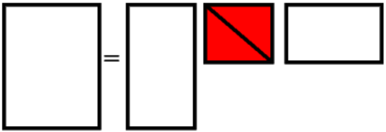
Algorithme



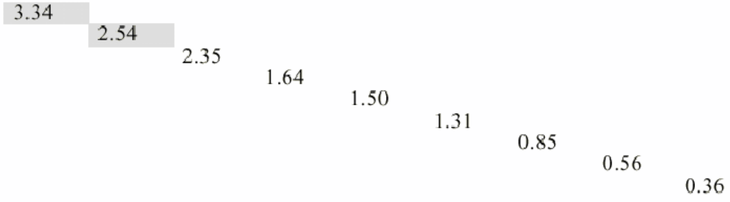
Singular value Decomposition of the words by contexts matrix

0.22	-0.11	0.29	-0.41	-0.11	-0.34	0.52	-0.06	-0.41
0.20	-0.07	0.14	-0.55	0.28	0.50	-0.07	-0.01	-0.11
0.24	0.04	-0.16	-0.59	-0.11	-0.25	-0.30	0.06	0.49
0.40	0.06	-0.34	0.10	0.33	0.38	0.00	0.00	0.01
0.64	-0.17	0.36	0.33	-0.16	-0.21	-0.17	0.03	0.27
0.27	0.11	-0.43	0.07	0.08	-0.17	0.28	-0.02	-0.05
0.27	0.11	-0.43	0.07	0.08	-0.17	0.28	-0.02	-0.05
0.30	-0.14	0.33	0.19	0.11	0.27	0.03	-0.02	-0.17
0.21	0.27	-0.18	-0.03	-0.54	0.08	-0.47	-0.04	-0.58
0.01	0.49	0.23	0.03	0.59	-0.39	-0.29	0.25	-0.23
0.04	0.62	0.22	0.00	-0.07	0.11	0.16	-0.68	0.23
0.03	0.45	0.14	-0.01	-0.30	0.28	0.34	0.68	0.18

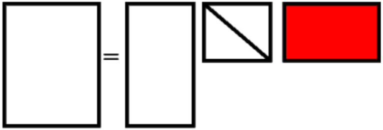
Algorithme, 2



Singular value Decomposition of the words by contexts matrix



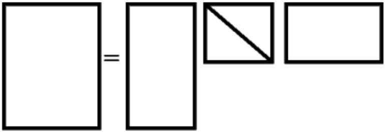
Algorithme. 3



Singular value Decomposition of the words by contexts matrix

0.20	0.61	0.46	0.54	0.28	0.00	0.01	0.02	0.08
-0.06	0.17	-0.13	-0.23	0.11	0.19	0.44	0.62	0.53
0.11	-0.50	0.21	0.57	-0.51	0.10	0.19	0.25	0.08
-0.95	-0.03	0.04	0.27	0.15	0.02	0.02	0.01	-0.03
0.05	-0.21	0.38	-0.21	0.33	0.39	0.35	0.15	-0.60
-0.08	-0.26	0.72	-0.37	0.03	-0.30	-0.21	0.00	0.36
0.18	-0.43	-0.24	0.26	0.67	-0.34	-0.15	0.25	0.04
-0.01	0.05	0.01	-0.02	-0.06	0.45	-0.76	0.45	-0.07
-0.06	0.24	0.02	-0.08	-0.26	-0.62	0.02	0.52	-0.45

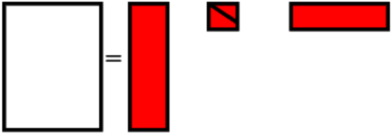
Algorithme, 4



Singular value Decomposition of the words by contexts matrix

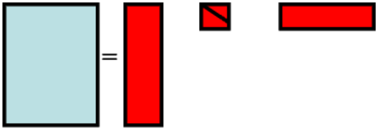
3.34	
	2.54

Algorithme, 5



Singular value
Decomposition of the
words by contexts matrix

Algorithme, 6



Singular value Decomposition of the words by contexts matrix

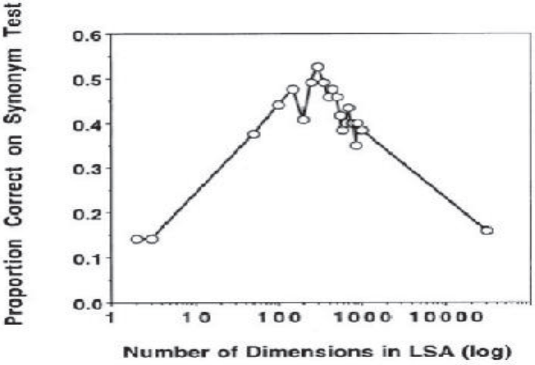
	c1	c2	c3	c4	c5	m1	m2	m3	m4
human	0.16	0.40	0.38	0.47	0.18	-0.05	-0.12	-0.16	-0.09
interface	0.14	0.37	0.33	0.40	0.16	-0.03	-0.07	-0.10	-0.04
computer	0.15	0.51	0.36	0.41	0.24	0.02	0.06	0.09	0.12
user	0.26	0.84	0.61	0.70	0.39	0.03	0.08	0.12	0.19
system	0.45	1.23	1.05	1.27	0.56	-0.07	-0.15	-0.21	-0.05
response	0.16	0.58	0.38	0.42	0.28	0.06	0.13	0.19	0.22
time	0.16	0.58	0.38	0.42	0.28	0.06	0.13	0.19	0.22
EPS	0.22	0.55	0.51	0.63	0.24	-0.07	-0.14	-0.20	-0.11
survey	0.10	0.53	0.23	0.21	0.27	0.14	0.31	0.44	0.42
trees	-0.06	0.23	-0.14	-0.27	0.14	0.24	0.55	0.77	0.66
graph	-0.06	0.34	-0.15	-0.30	0.20	0.31	0.69	0.98	0.85
minors	-0.04	0.25	-0.10	-0.21	0.15	0.22	0.50	0.71	0.62

	c1	c2	c3	c4	c5	m1	m2	m3	m4
human	1	0	0	1	0	0	0	0	0
interface	1	0	1	0	0	0	0	0	0
computer	1	1	0	0	0	0	0	0	0
user	0	1	1	0	1	0	0	0	0
system	0	1	1	2	0	0	0	0	0
response	0	1	0	0	1	0	0	0	0
time	0	1	0	0	1	0	0	0	0
EPS	0	0	1	1	0	0	0	0	0
survey	0	1	0	0	0	0	0	0	1
trees	0	0	0	0	0	1	1	1	0
graph	0	0	0	0	0	0	1	1	1
minors	0	0	0	0	0	0	0	1	1

Discussion

Une application

Test de synonymie — TOEFL



Déterminer le nb de dimensions/vp

Expérimentalement...

Quelques remarques

et la négation ? — aucune importance (!)

battu par: nb de hits sur le Web — P. Turney

Quelques applications

- Educational Text Selection
  Permet de sélectionner automatiquement des textes permettant d'accroître les connaissances de l'utilisateur.
- Essay Scoring
  Permet de noter la qualité d'une rédaction d'étudiant
- Summary Scoring & Revision
  Apprendre à l'utilisateur à faire un résumé
- Cross Language Retrieval
  permet de soumettre un texte dans une langue et d'obtenir un texte équivalent dans une autre langue

LSA – Analyse en composantes principales

Ressemblances

- Prendre une matrice
- La mettre sous forme diagonale
- Annuler toutes les valeurs propres sauf les plus grandes
- Projeter sur l'espace obtenu

Différences

	ACP	LSA
Matrice	covariance attributs	mots $\times$ documents
d	2-3	100-300

Probabilistic LSA

T. Hoffman, UAI 99

Principe : supposons

- des "groupes" de documents $\equiv$ variables cachées z
- "peu" de var. cachées (comparé aux paires mots $\times$ documents)

$$P(documents|mots) = P(documents|z) \times P(z|mots)$$

Alors : Contraindre la décomposition

$$X_p = U_p S_p V_p^t$$

- U_p : $p(documents|z)$
- S_p : $p(z)$
- $V_p = p(mots|z)$

Comment ? Expectation Maximization

Expectation Maximization

Principe de l'apprentissage génératif

- Input : éléments $g_1, \ldots g_N$
- Output : modèles $\mathcal{G}_1, ..\mathcal{G}_n$

Algorithmes itératifs

A chaque itération

Pour tout g_i EXPECTATION

Trouver $\mathcal{G}_j$ tq

$$p(g_i|\mathcal{G}_j) = max\{p(g_i|\mathcal{G}_k),\ k = 1..n\}$$

Pour tout $\mathcal{G}_j$ MAXIMISATION

Soit $E_j = \{g_i \text{ affecté à } \mathcal{G}_j\}$

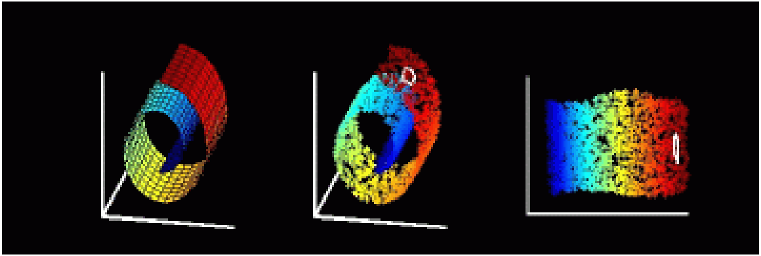
Mettre à jour $\mathcal{G}_j$ pour maximiser

$$\sum_{g \in E_j} p(g|\mathcal{G}_j)$$

Représentation pour l'apprentissage

- Sélection d'attributs
- Changements de représentation linéaires
- Changements de représentation non linéaires

Non-Linear Dimensionality Reduction



Conjecture

Examples live in a manifold of dimension $d << D$

Goal: consistent projection of the dataset onto $\mathbb{R}^d$

Consistency:

- Preserve the structure of the data
- e.g. preserve the distances between points

Multi-Dimensional Scaling

Position of the problem

- Given $\{\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_N, \ \mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^D\}$
- Given $sim(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \in \mathbb{R}^+$
- Find projection Φ onto $\mathbb{R}^d$

$$\begin{array}{rl} x \in \mathbb{R}^D \rightarrow & \Phi(x) \in \mathbb{R}^d \\ sim(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \sim & sim(\Phi(\mathbf{x}_i), \Phi(\mathbf{x}_j)) \end{array}$$

Optimisation

Define $X, \ X_{i,j} = sim(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$; $X^\Phi, \ X^\Phi_{i,j} = sim(\Phi(\mathbf{x}_i), \Phi(\mathbf{x}_j))$

Find Φ minimizing $||X - X'||$

Rq : Linear Φ = Principal Component Analysis

But linear MDS does not work: preserves all distances, while

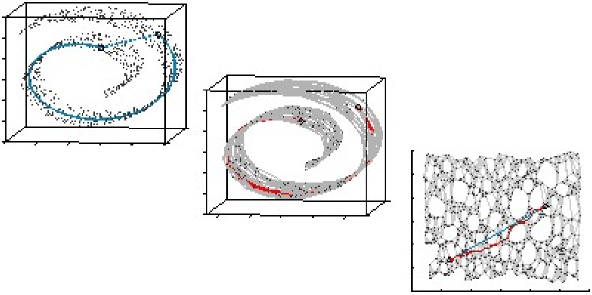
only *local* distances are meaningful

Non-linear projections

Approaches

- Reconstruct global structures from local ones and find global projection — Isomap
- Only consider local structures — LLE

Intuition: locally, points live in $\mathbb{R}^d$



Isomap

Tenenbaum, da Silva, Langford 2000
`http://isomap.stanford.edu`

Estimate $d(x_i, x_j)$

- Known if $\mathbf{x}_i$ and $\mathbf{x}_j$ are close
- Otherwise, compute the shortest path between $\mathbf{x}_i$ and $\mathbf{x}_j$
  geodesic distance (dynamic programming)

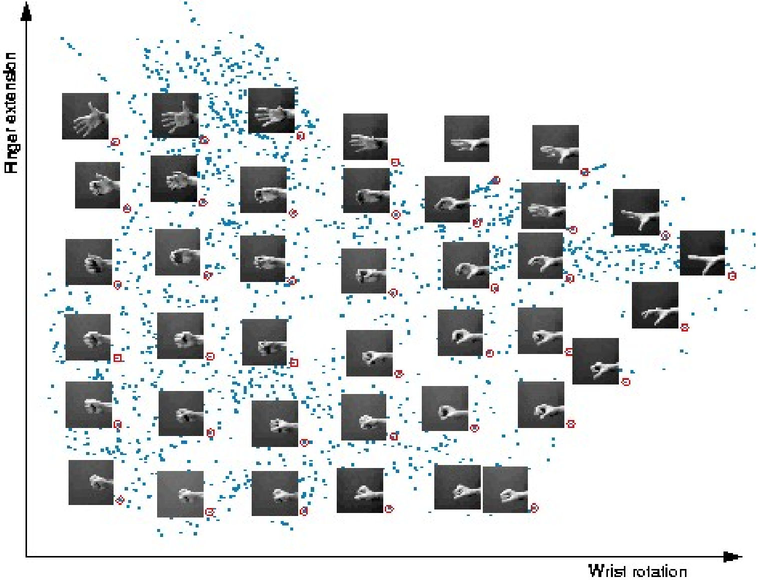
Requisite

If data points sampled in a convex subset of $\mathbb{R}^d$,
then geodesic distance $\sim$ Euclidean distance on $\mathbb{R}^d$.

General case

- Given $d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$, estimate $< \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j >$
- Project points in $\mathbb{R}^d$

Isomap, 2



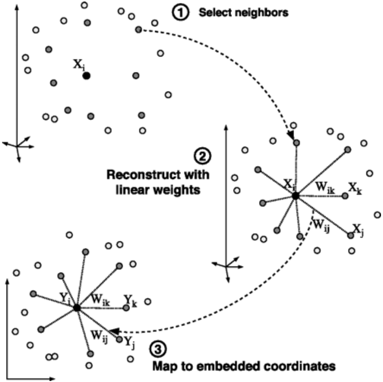
Locally Linear Embedding

Roweiss and Saul, 2000

http://www.cs.toronto.edu/∼roweis/lle/

Principle

- Find local description for each point: depending on its neighbors



Local Linear Embedding, 2

Find neighbors

For each $\mathbf{x}_i$, find its nearest neighbors $\mathcal{N}(i)$

Parameter: number of neighbors

Change of representation

Goal Characterize $\mathbf{x}_i$ wrt its neighbors:

$$\mathbf{x}_i = \sum_{j \in \mathcal{N}(i)} w_{i,j} \mathbf{x}_j \quad \text{with} \sum_{j \in \mathcal{N}(i)} w_{ij} = 1$$

Property: invariance by translation, rotation, homothety

How Compute the local covariance matrix:

$$C_{j,k} = < x_j - x_i, x_k - x_i >$$

Find vector w_i s.t. $Cw_i = 1$

Local Linear Embedding, 3

Algorithm

Local description: Matrix W such that $\sum_j w_{i,j} = 1$

$$W = argmin\{\sum_{i=1}^{N} ||\mathbf{x}_i - \sum_j w_{i,j}\mathbf{x}_j||^2\}$$

Projection: Find $\{z_1, \ldots, z_n\}$ *in* $\mathbb{R}^d$ minimizing

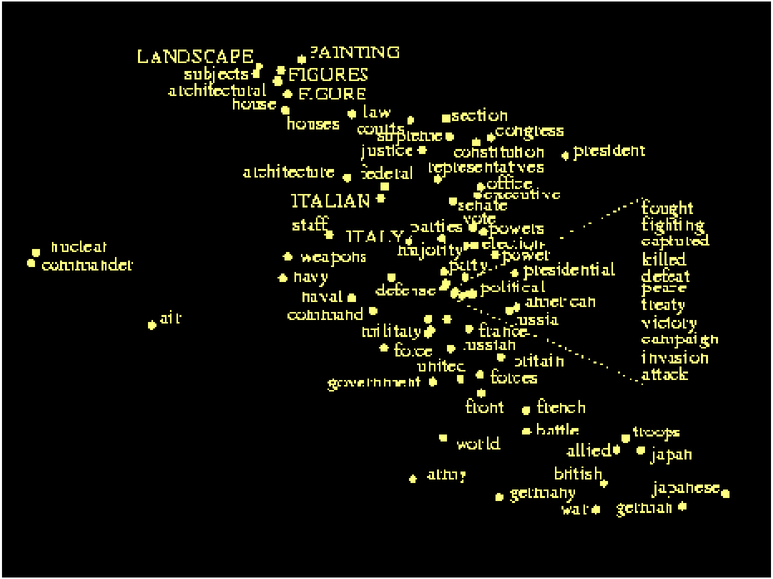
$$\sum_{i=1}^{N} ||z_i - \sum_j w_{i,j} z_j||^2$$

$$Minimize\ ((I - W)Z)'((I - W)Z) = Z'(I - W)'(I - W)Z$$

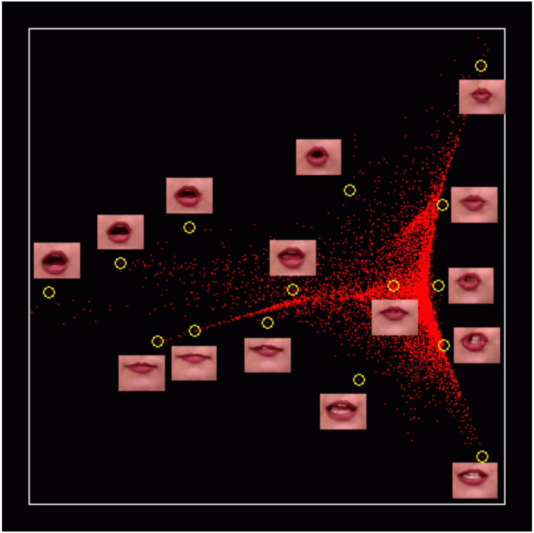
Solutions: vectors z_i are eigenvectors of $(I - W)'(I - W)$

- Keeping the d eigenvectors with lowest eigenvalues > 0

Example, Texts



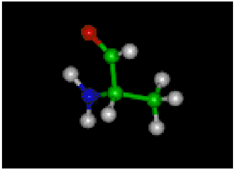
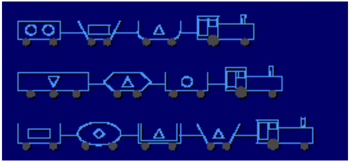
Example, Images



LLE

Propositionalization

Relational domains

Relational learning

PROS — Inductive Logic Programming

  Use domain knowledge

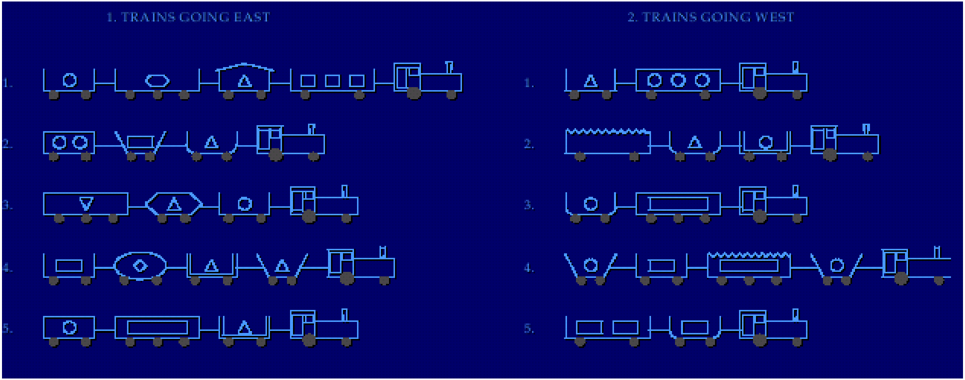
CONS — Data Mining

  Covering test $\equiv$ subgraph matching — exponential complexity

Getting back to propositional representation: propositionalization

West - East trains

Michalski 1983



Propositionalization

Linus (ancestor)

Lavrac et al, 94

$$\begin{array}{ll} West(a) \leftarrow & Engine(a,b), first\_wagon(a,c), roof(c), load(c, square, 3)\ldots \\ West(a') \leftarrow & Engine(a',b'), first\_wagon(a',c'), load(c', circle, 1)\ldots \end{array}$$

West	Engine(X)	First Wagon(X,Y)	Roof(Y)	Load_1 (Y)	Load_2 (Y)
a	b	c	yes	square	3
a'	b'	c'	no	circle	1

Each column: a role predicate, where the predicate is determinate linked to former predicates (left columns) with a single instantiation in every example

Propositionalization

Stochastic propositionalization

Kramer, 98

Construct random formulas $\equiv$ boolean features

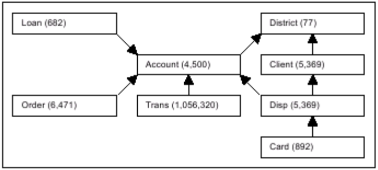
SINUS – RDS

`http://www.cs.bris.ac.uk/home/rawles/sinus`

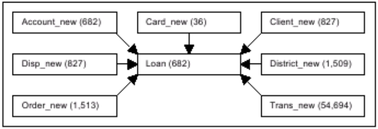
`http://labe.felk.cvut.cz/~zelezny/rsd`

- Use modes (user-declared) `modeb(2,hasCar(+train,-car))`
- Thresholds on number of variables, depth of predicates...
- Pre-processing (feature selection)

Propositionalization



DB Schema



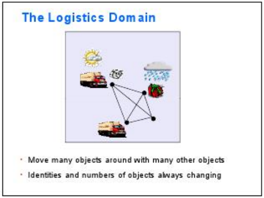
Propositionalization

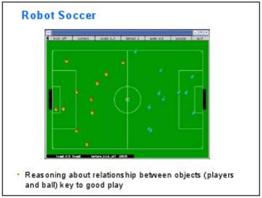
RELAGGS

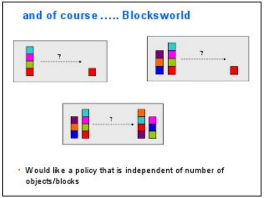
Database aggregates

- average, min, max, of numerical attributes
- number of values of categorical attributes

Apprentissage par Renforcement Relationnel







Propositionalisation

Contexte variable

- Nombre de robots, position des robots
- Nombre de camions, lieu des secours

Besoin: Abstraire et Generaliser

Attributs

- Nombre d'amis/d'ennemis
- Distance du plus proche robot ami
- Distance du plus proche ennemi