

TD3 : Fonctions booléennes

Formes canoniques d'une fonction

Soient les fonctions suivantes :

$$f_1(a,b,c) = 1 \text{ si le nombre binaire } (abc)_2 \text{ est égal à } 0.$$

$$f_2(a,b,c) = 1 \text{ si le nombre binaire } (abc)_2 \text{ est supérieur à } 4.$$

Ecrire les fonctions f_1 et f_2 sous forme disjonctive normale et sous forme NAND de NAND.

Minimisation : Conversion Binaire-Gray

On rappelle ci-dessous la représentation en code binaire normal et en code de Gray des nombres de 0 à 15 (Table 1)

On veut réaliser un convertisseur code normal \rightarrow code de Gray.

Donner les expressions logiques réduites des sorties S_3, S_2, S_1 et S_0 en fonction des entrées $E_3, E_2,$

E_1, E_0 du convertisseur. Les entrées sont en code normal, les sorties en code de Gray. E_3

correspond au poids fort, E_0 au poids faible. On utilisera les diagrammes de Karnaugh uniquement si nécessaire.

Décimal	Normal	Gray
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010
4	0100	0110
5	0101	0111
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1100
9	1001	1101
10	1010	1111
11	1011	1110
12	1100	1010
13	1101	1011
14	1110	1001
15	1111	1000

Table 1

Minimisation : Afficheur 7-segments

On veut réaliser un circuit de commande d'un afficheur 7-segments.

Les entrées du circuit sont e_3, e_2, e_1, e_0 qui codent sur 4 bits les 10 chiffres décimaux de 0 à 9. Les sorties sont les 7 segments a, b, c, d, e, f, g auxquels on associe une variable binaire à 1 si le segment est allumé et à 0 s'il est éteint.

En utilisant les cas indifférents (les configurations de 10 à 15 ne sont pas utilisées), donner les expressions réduites des sorties de c à g en fonction de e_3, e_2, e_1, e_0 .

Utilisation de multiplexeurs

- En utilisant un multiplexeur 4 entrées 1 sortie, implanter
 - la fonction logique ou exclusif
 - la fonction logique égalité
- En utilisant un multiplexeur 4 entrées 1 sortie 1 sortie et une porte logique, implanter la fonction logique correspondant à la Table 2.

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

Table 2

- En utilisant un multiplexeur 4 entrées 1 sortie 1 sortie et une porte logique, implanter la fonction logique correspondant à la Table 3.

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Table 3

- En utilisant un multiplexeur 2 entrées 1 sortie, une porte Nand et une porte Nor, implanter la fonction logique correspondant à la Table 3.

Factorisation (optionnel)

On utilise la notation $f = \sum m$ (liste des termes produit pour lesquels la fonction est égale à 1) pour les tables de vérité des fonctions.

Soient les fonctions de 4 variables $f_1 = \sum (0, 2, 4, 8, 12)$ et $f_2 = \sum (0, 2, 6, 7, 8, 14, 15)$.

- Donner les expressions minimisées de f_1 et f_2 . Implanter séparément les fonctions avec des portes Inverseur, ET et OU. Donner la complexité totale obtenue en additionnant le nombre de portes et le nombre d'entrées des portes.
- Factoriser l'implantation pour minimiser le nombre de portes. Quelle est alors la complexité ?