CORRIGE Partiel S4-CLM Mars 2010

Tous documents autorisés - Calculatrices Autorisées
Les questions sont indépendantes. Durée 2h

Représentation des entiers [5 pts]

Q1. Quels sont le plus grand et le petit nombre représentables sur 7 bits en complément à 2 ?

$-2^6 = -64$ et $2^6 - 1 = 63$

Q2. On considère la représentation en complément à 2 sur 8 bits. Donner la représentation binaire et son équivalent hexadécimal des nombres décimaux 71 et -89.

$71 = 64 + 4 + 2 + 1 = 0x47$

$89 = 64 + 16 + 8 + 1 = 0b01011001$, d'où $-89 = 0xA7$

Q3. Effectuer les additions suivantes sur 8 bits comme effectuées par un additionneur ; indiquer la retenue. On donnera uniquement les résultats en hexadécimal, pas le détail de l'opération.

0x44 + 0x11 = 0x55	retenue 0	Correct en cpt à 2	Correct en naturels
0x77 + 0x22 = 0x99	retenue 0	Faux en cpt à 2	Correct en naturels
0x14 + 0xC0 = 0xD4	retenue 0	Correct en cpt à 2	Correct en naturels
0xC0 + 0xC0 = 0x80	retenue 1	Correct en cpt à 2	Faux en naturels
0xC0 + 0xFF = 0xBF	retenue 1	Correct en cpt à 2	Faux en naturels

Q4. Dans quels cas l'opération fournit-elle un résultat correct en représentation en complément à 2 ? en représentaton en naturels ?

Voir réponse Q3

Représentation des réels [3 pts]

On considère la représentation IEEE 754 des flottants simple précision.

Q5. Donner l'écriture décimale du réel x représenté par 0x43120000.

$x = 2^7(1 + 2^{-3} + 2^{-6}) = 146$

Q6. Représenter -9,875 (Indication : 9,875 = 8 + 1 + 7/8).

$9,875 = 2^{"}(1 + 2^{-3} + 2^{-4} + 2^{-5} + 2^{-6})$

Exposant : 3, donc partie exposant = 3+127= 130

Ecriture de -9,875 : 0x C11E0000

Réalisation de fonctions logiques [7 pts]

On considère les entiers de 0 à 15 représentés sur 4 bits e_3 e_2 e_1 e_0. La fonction F vaut 1 pour les nombres premiers, donc $F = m_1 + m_2 + m_3 + m_5 + m_7 + m_{11} + m_{13}$. La fonction G

vaut 1 pour les nombres premiers strictement inférieurs à 5. La fonction H vaut 1 pour les nombres premiers ou ceux multiples de 2.

Remarque : 1 n'est en fait par un nombre premier. Cependant, l'énoncé affirmait qu'il l'était. La correction va donc "faire comme si" 1 était premier. Mais si vous avez affirmé le contraire, vous n'avez pas été pénalisé-e bien sûr.

La table de vérité suivante décrit les 3 fonctions.

TABLE 1 – Table de vérité de F, G, et H

Ligne	e_3	e_2	e_1	e_0	F	G	H
0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1	1	1
2	0	0	1	0	1	1	1
3	0	0	1	1	1	1	1
4	0	1	0	0	0	0	1
5	0	1	0	1	1	0	1
6	0	1	1	0	0	0	1
7	0	1	1	1	1	0	1
8	1	0	0	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0	0	0
10	1	0	1	0	0	0	1
11	1	0	1	1	1	0	1
12	1	1	0	0	0	0	1
13	1	1	0	1	1	0	1
14	1	1	1	0	0	0	1
15	1	1	1	1	0	0	0

Q7. Donner :

- **une forme réduite de F (on pourra utiliser un diagramme de Karnaugh) ;**
  $F = \overline{e_3}.e_0 + \overline{e_3}.\overline{e_2}.e_1 + \overline{e_2}.e_1.e_0 + e_2.\overline{e_1}.e_0$
- **une expression de cette forme réduite utilisant uniquement des NAND et la complémentation. On ne demande pas de schéma.**
  $F = \text{NAND}(\text{NAND}(\overline{e_3}, e_0), \text{NAND}(\overline{e_3}, \overline{e_2}, e_1), \text{NAND}(e_2, \overline{e_1}, e_0))$

Q8. Donner la forme disjonctive normale de G et la forme conjonctive normale de H.

Remarque : si vous avez explicitement donné la forme conjonctive normale de G et la forme disjonctive normale de H, vous n'avez pas été pénalisé-e.

$G = m_1 + m_2 + m_3 = \overline{e_3}.\overline{e_2}.\overline{e_1}.\overline{e_0} + \overline{e_3}.\overline{e_2}.e_1.\overline{e_0} + \overline{e_3}.\overline{e_2}.e_1.e_0$

$H = M_1.M_9.M_{15} = (e_3 + e_2 + e_1 + \overline{e_0}).(\overline{e_3} + e_2 + e_1 + \overline{e_0}).(\overline{e_3} + \overline{e_2} + \overline{e_1} + \overline{e_0})$

Q9. Réaliser la fonction F avec un multiplexeur, en supposant qu'on dispose en entrée des e_i, des $\overline{e_i}$, de 0 et de 1.

La figure 2 présente la solution.

Il y a 4 variables. On a donc un multiplexeur 1 parmis $2^{4-1} = 8$.

- on utilise e_3, e_2 et e_1 comme entrée de commandes ($c_2 = e_3$, $c_1 = e_2$, $c_0 = e_1$)
- les entrées E_0, E_2, E_3, E_5, E_6 sont connectées à e_0 ; les entrées E_4, E_7 à 0 ; l'entrée E_1 à 1.

Q10. On dispose d'un (et d'un seul) additionneur 8 bits : entrées a et b sur 8 bits, sortie s sur 8 bits, retenue d'entrée r et retenue de sortie c, et de portes logiques. Compléter le schéma de la figure 3 pour réaliser un circuit de type UAL :

- **entrées A et B sur 8 bits, sortie S sur 8 bits, entrée de commande T sur 1 bit, sorties N, O, C sur 1 bit. $N = 1$ si S est négatif; $O = 1$ s'il y a overflow (résultat erroné en interprétation signée) et $C = 1$ s'il y a une retenue.**
- **Si $T = 0$, fonction additionneur**
- **Si $T = 1$, fonction soustracteur**

Soustraction = addition de l'opposé. En complément à 2, l'opposé s'obtient en inversant bit à bit et en ajoutant 1. Cecl peut être rélaisé en

1) connectant T vers la retenue d'entrée r ;

2) implémentant les équations suivantes

si $T = 0$, $b_i = B_i$

si $T = 1$, $b_i = \overline{B_i}$.

ce qui correspond à $b_i = XOR(T, B_i)$

On a en outre

$N = s_7$,

$C = c$,

$O = \overline{a_7}.\overline{b_7}.s_7 + a_7.b_7.\overline{s_7}.$

La dernière formule se justifie en écrivant la table de vérité, définie par la règle vue en cours, puis en minisant la fonction. Remarquer que dans la table, les cas corresponsdant aux mintems m_2 et m_3 d'une part, m_{12} et m_{13} de l'autre, sont indifférents. En effet, pour $a_7 = b_7 = 0$, c est toujours égal à 0 ; pour $a_7 = b_7 = 0$, c est toujours égal à 1.

TABLE 2 – Table de vérité de O

a_7	b_7	c	s_7	O
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	x	d
0	1	x	x	0
1	0	x	x	0
1	1	0	x	d
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

Compteurs et automates [5 pts]

Q11. On veut réaliser un décompteur par pas de 2, dont le cycle d'états est

$$(15, 13, 11, 9, 7, 5, 3, 1),$$

en utilisant des bascules D.

- Combien faut il de bascules D ?

4

Table 3 – Table de transition du compteur

Q_3	Q_2	Q_1	Q_0	D_3	D_2	D_1	D_0
0	0	0	0	d	d	d	d
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	0	d	d	d	d
0	0	1	1	0	0	0	1
0	1	0	0	d	d	d	d
0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	d	d	d	d
0	1	1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	d	d	d	d
1	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	0	d	d	d	d
1	0	1	1	1	0	0	1
1	1	0	0	d	d	d	d
1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	1	0	d	d	d	d
1	1	1	1	1	1	0	1

- Donner la table de transition (table de vérité des D_i en fonction des Q_i).

- Que se passe-t-il si le compteur est initialisé dans un état n'appartenant pas au cycle ?

Etat suivant indéterminé, dépendant de l'implémentation.

Q12. Réaliser l'automate de Moore correspondant à la figure 1. On donnera :

- **le nombre de bascules D nécessaires ;**
- **la table de transition, en utilisant le symbole x pour les entrées indifférentes.**

Table 4 – Table de transition de l'automate

Q_1	Q_0	a	b	D_1	D_0
0	0	x	x	0	1
0	1	0	x	1	0
0	1	1	x	0	1
1	0	x	x	1	1
1	1	x	0	1	1
1	1	x	1	0	0

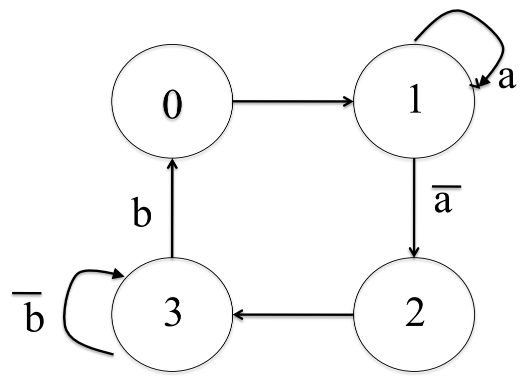

Figure 1 – Automate

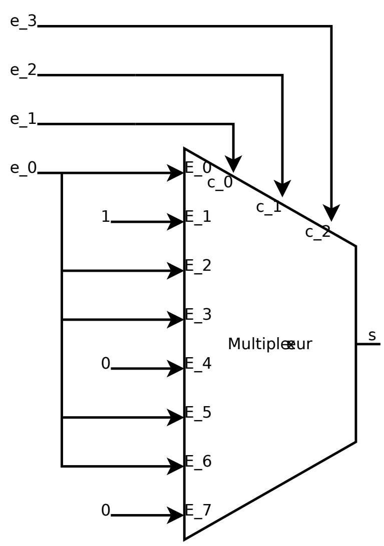

Figure 2 – Multiplexeur

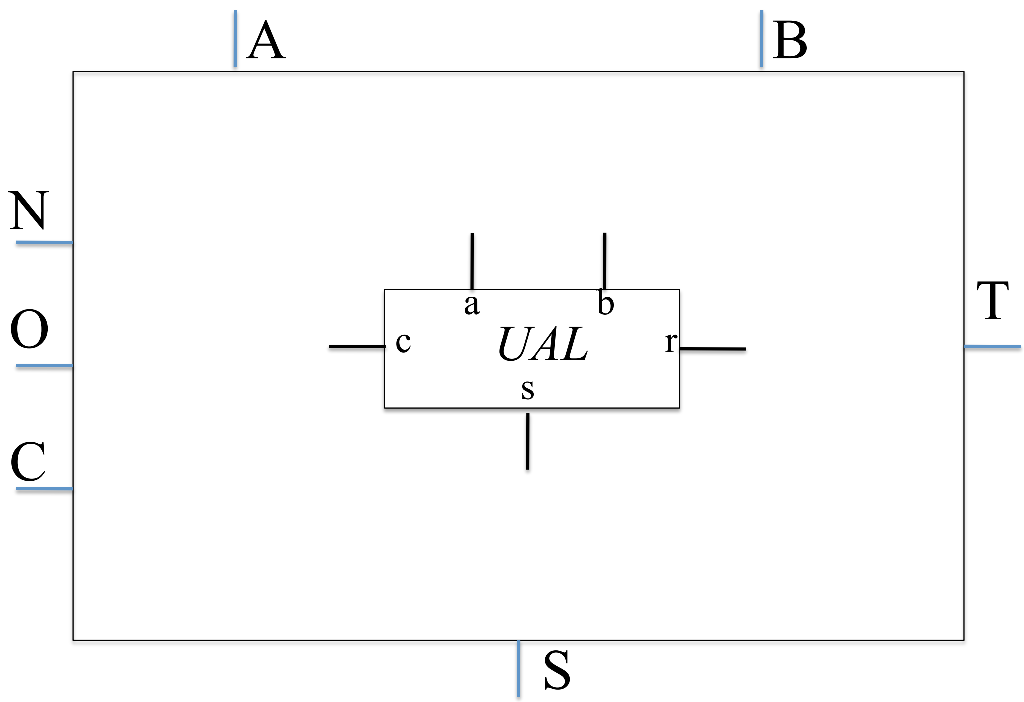

Figure 3 – UAL