

Licence Math-Info –S4 Corrigé Partiel CLM - Mars 2014

TOUS DOCUMENTS AUTORISES - CALCULETTES INTERDITES

Partie 1 : Représentation des nombres entiers en complément à 2

Q1) Donner l'équivalent décimal des nombres hexadécimaux en complément à deux suivants :

- a. 0x45 $4 * 16 + 5 = 69$
- b. 0xD5 $-(2B) = -(2 * 16 + 11) = -43$

Q2) Exprimer les nombre décimaux suivants en représentation binaire en complément à deux sur 16 bits. Donner les résultats sous forme de quatre chiffres hexadécimaux.

- a. 151 = 0x0097
- b. -15 = 0xFFFF
- c. 30000 = 0x7530
- d. -1 = 0xFFFF

Partie 2 : Exécution d'instructions MIPS

Le contenu des registres du processeur MIPS est le suivant :

R1	0x 3456 7890
R2	0x 1234 4321
R3	0x 5321 1234
R4	0x A111 1111
R5	0x 9000 0000

Q3) Donner le contenu des registres R6 à R13 après exécution des instructions suivantes ci-dessous. En cas d'exception, le contenu du registre est inchangé.

- a. ADD R6, R1, R2 R6 = 468A BBB1
- b. ADDU R7, R1, R2 R7 = 468A BBB1
- c. ADD R8, R1, R3 R8 = inchangé (exception)
- d. ADDU R9, R1, R3 R9 = 8777 8AC4
- e. ADD R10, R4, R5 R10 = inchangé (exception)
- f. ADDU R11, R4, R5 R11 = 3111 1111
- g. ADD R12, R3, R4 R12 = F432 2345
- h. ADD R13, R1, R4 R13 = D56789A1

Partie 3 : Nombres flottants « half » : FP16

La figure 1 rappelle le format des nombres flottants 16 bits.

Q4) Quel est le plus entier positif représentable ? (Donner son format hexadécimal et sa valeur sous forme décimale ou sous forme $m \times 2^e$)

$$PE = 30 \quad m = 2^{-10}$$

$$0 \ 11110 \ 1111111111 = 0x7BFF$$

$$\text{Valeur : } N_{\max} = (2 - 2^{-10}) * 2^{15} = 2^{16} - 2^5 = 65536 - 32 = 65504$$

Q5) Quel est le plus petit entier positif non nul normalisé représentable ? Quel est le plus petit positif non nul dénormalisé ? (Donner leur format hexadécimal et leur valeur sous forme décimale ou sous forme $m \times 2^e$).

Normalisé :

PE=1 m=1

0 00001 0000000000 = 0x0400

Valeur : $N_{min} = 1 * 2^{-14} = 2^{-14}$

Dénormalisé

PE = 0

0 00000 0000000001 = 0x0001

Valeur : $N_{mind} = 2^{-10} * 2^{-14} = 2^{-24}$

Q6) Donner les représentations hexadécimales sur 4 chiffres des nombres décimaux suivants :

- $+12 = 1,5 * 8$. $F = 1/2$. $E = 2^3$ PE = 18 0 10010 1000000000 = 0x4A00
- $-5 = -1,25 * 4$ $F = 1/4$ $E = 2^2$ PE = 17 1 10001 0100000000 = 0xC500
- $+\infty$ 0 11111 0000000000 = 0x7C00
- NaN 0 11111 0000000001 = 0x7C01 à 0x7FFF

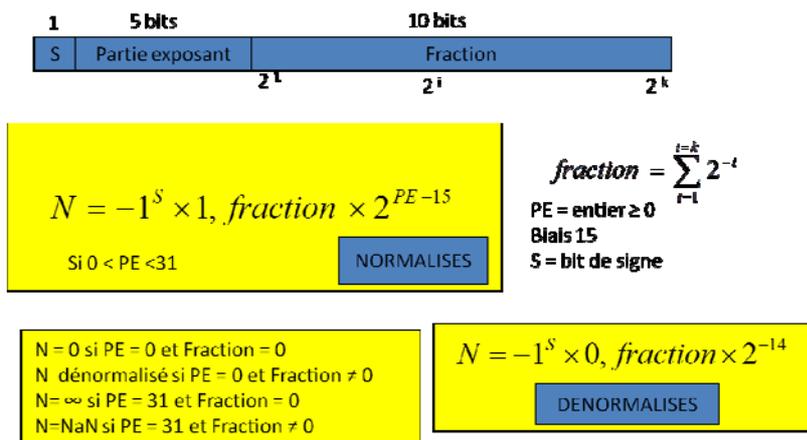


Figure 1 : Format des nombres flottants 16 bits.

Partie 4 : Simplification de circuits

Q7) Simplifier le circuit de la figure 2 pour obtenir le nombre minimal de portes de type ET, OU et inverseurs.

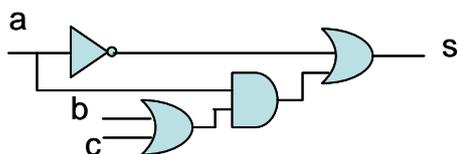


Figure 2 : circuit à simplifier

$$s = \bar{a} + a.(b + c) = \bar{a} + b + c$$

Un inverseur et un OU à trois entrées.

Partie 5 : Fonctions et circuits logiques

Soient les trois fonctions suivantes :

- $f_1(e_3e_2e_1e_0) = \sum m (2, 3, 5, 7, 11, 13)$
- $f_2(e_3e_2e_1e_0) = \sum m (0, 1, 2, 4, 8)$
- $f_3(e_3e_2e_1e_0) = \sum m (0, 3, 4, 11, 13, 15)$

Q8) Donner les expressions logiques simplifiées de f_1 , f_2 et f_3 sous forme disjonctive (somme de produits).

	\bar{e}_0	e_0	
\bar{e}_3	0 4	5 1	1
e_3	8 12	13 1	9
\bar{e}_3	10 2	14 6	11 3
	e_2	\bar{e}_2	

Fonction f_1

	\bar{e}_0	e_0	
\bar{e}_3	0 1	4 1	5 1
e_3	8 1	12	13
\bar{e}_3	10 2	14	11 3
	e_2	\bar{e}_2	

Fonction f_2

	\bar{e}_0	e_0	
\bar{e}_3	0 1	4 1	5
e_3	8	12	13 1
\bar{e}_3	10	14	11 1
	e_2	\bar{e}_2	

Fonction f_3

$$f_1 = \bar{e}_3 \bar{e}_2 e_1 + \bar{e}_2 e_1 e_0 + e_3 e_1 e_0 + e_2 \bar{e}_1 e_0$$

$$f_2 = e_3 e_1 e_0 + e_2 e_1 e_0 + e_3 e_2 e_0 + e_3 e_2 e_1$$

$$f_3 = \bar{e}_3 \cdot \bar{e}_1 \cdot \bar{e}_0 + e_3 \cdot e_2 \cdot e_0 + \bar{e}_2 \cdot e_1 \cdot e_0$$

Q 9) Quel est le nombre minimal de portes NAND et d'inverseurs nécessaires pour implanter les deux circuits. Les portes NAND peuvent avoir un nombre quelconque d'entrées.

Il y a un total de 11 minterms, mais 1 est commun à f1 et f3, et 1 est commun à f2 et f3, soit un total de 9 minterms distincts

4 inverseurs, 9 portes ET et 3 portes OU

Soit 4 inverseurs et 12 portes Nand

Partie 6 : Additionneur

Un additionneur 1 bit a deux entrées a_i et b_i , une retenue d'entrée $\overline{r_i}$, une sortie s_i et une retenue de sortie $\overline{r_{i+1}}$. (les retenues d'entrée et de sortie sont exprimées sous forme complémentées).

On définit une fonction K_i égale à 1 lorsque la retenue de sortie est égale à 0 et une fonction P_i égale à 1 lorsque la retenue de sortie est égale à la retenue d'entrée.

Q 10) Donner les expressions de K_i et P_i en fonction de a_i et b_i .

$$K_i = \overline{a_i} \cdot \overline{b_i}$$

$$P_i = a_i \oplus b_i$$

Q11) Donner l'expression de la retenue de sortie $\overline{r_{i+1}}$ en fonction de la retenue d'entrée $\overline{r_i}$ et des fonctions K_i et P_i

Q12) Pour un bloc de 4 bits, donner l'expression de la retenue de sortie $\overline{r_3}$ en fonction de la retenue d'entrée $\overline{r_0}$ et des fonctions K_i et P_i

$$\overline{r_{i+1}} = K_i + P_i \cdot \overline{r_i}$$

$$\overline{r_3} = K_3 + K_2 P_3 + K_1 P_2 P_3 + K_0 P_1 P_2 P_3 + P_0 P_1 P_2 P_3 \overline{r_0}$$