Introduction à l'informatique

Cours 6

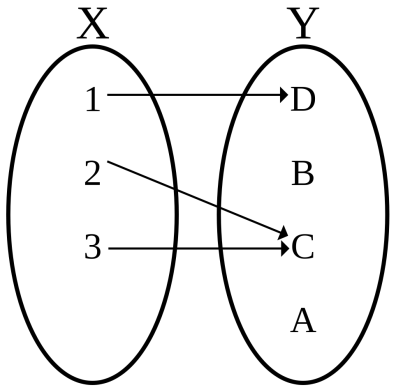
kn@lri.fr
http://www.lri.fr/~kn

université
PARIS-SACLAY

Plan

Qu'est-ce qu'une fonction ?

(mathématiques) c'est une **relation binaire** entre deux ensembles X et Y qui à tout élément de X associe **un unique** élément de Y.



(programmation) c'est un machin qui fait un truc.

Historiquement...

En mathématique le concepte de fonction :

- A été introduit au 17$^{\text{ème}}$s par Leibniz, puis Bernouilli, Euler (analyse) : définition par une expression mathématique, par exemple : $f(x) = x^2+3$

- Un autre concept utilisé au 19$^{\text{ème}}$ et début 20$^{\text{ème}}$ par des logiciens (De Morgan, Peano, Frege, Cantor, Russel). Définition ensembliste.

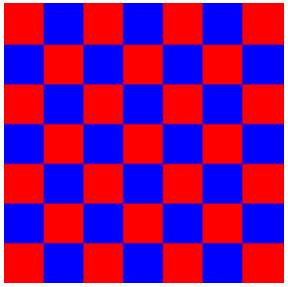
- Milieu du 20$^{\text{ème}}$ en informatique théorique (Church, Kleene, Turing) : lambda-calcul, théorie de la calculabilité et fonctions récursives

... puis en programmation

Développement de la programmation :

- Nécessité d'écrire du code *paramétré*
- Nécéssité d'écrire du code *réutilisable*

Exemple en Python : on souhaite dessiner un damier rouge/bleu avec **`turtle`** dont les carrés font 20 pixels de large en partant de **`x=0`**, **`y=0`**, vers le haut, de 7 lignes de large et 7 lignes de hauteur.



Exemple (damier)

```
from turtle import *

up()   #on leve le crayon
for i in range(7):
  #Les lignes paires commencent
  #par un carré rouge, les lignes
  #impaires par un carré bleu
    if i % 2 == 0:
        couleur = "red"
    else:
        couleur = "blue"
    for j in range(7):
        x=j*20
        y=i*20
        goto(x, y)
        color(couleur)
        down()
        begin_fill()
        goto(x+20, y)
        goto(x+20, y+20)
        goto(x, y+20)
        goto(x,y)
        end_fill()
        up()
        #Après chaque carré, on change
        #la couleur
        if couleur == "red":
            couleur = "blue"
        else:
            couleur = "red"

#On a fini, on attend
done()
```

Quels problèmes ?

Supposons que l'on veuille faire plusieurs damiers dans notre programme, avec des caractéristiques différentes :

- Nombre de ligne ou nombre de colonnes différent
- Couleurs différentes
- Position de départ différente
- Taille des cases différentes

Si on fait un copier/collé :

- Nombre de ligne ou nombre de colonnes différent : 2 remplacements
- Couleurs différentes : 5 remplacements
- Position de départ différente : 2 remplacements
- Taille des cases différentes : 6 remplacements

C'est une **très** mauvaise pratique

Les fonctions en Python (exemple)

En Python, le mot clé **`def`** premet de définir une fonction

```
def dessine_damier(x0, y0, c1, c2, l, h, t):
    for i in range(h):
        if i % 2 == 0:
            couleur = c1
        else:
            couleur = c2
        for j in range(l):
            x=j*t + x0
            y=i*t + y0
            goto(x, y)
            color(couleur)
            down()
            begin_fill()
            goto(x+t, y)
            goto(x+t, y+t)
            goto(x, y+t)
            goto(x,y)
            end_fill()
            up()
            if couleur == c1:
                couleur = c2
            else:
                couleur = c1
```

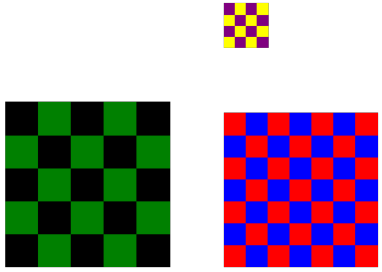
Les fonctions en Python (suite)

Une définition de fonction peut ensuite être réutilisée.

```
from turtle import *

def dessine_damier(x0, y0, c1, c2, l, h, t):
    ...

#on veut dessiner trois damiers différents :
dessine_damier(0,0, "red", "blue", 7, 7, 20)
dessine_damier(0,200, "yellow", "purple", 4, 4, 10)
dessine_damier(-200, 0, "black", "green", 5, 5, 30)
done()
```



« fonction » ?

Q : est-ce que la fonction **`dessine_damier`** est une fonction au sens mathématique du terme ?

Pas vraiment :

- Quel est son ensemble de départ ? $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}\times\mathbb{S}\times\mathbb{S}\times\mathbb{N}\times\mathbb{N}\times\mathbb{N}$?

Non c'est plus compliqué que ça : toutes les chaînes ne sont pas valide, les entiers trop grands ne sont par représentable en Python (pas assez de mémoire), toutes les tailles de pixel ne sont pas valides, ...

- Quel est son ensemble d'arrivée ? $\emptyset$?

Non c'est plus compliqué que ça : la fonction ne renvoie rien, mais elle a un **comportement différent** selon les différentes valeurs de ces arguments,...

Autre exemple

```
def f(x) :
    return x ** 3 - 4 ** 2 + 1


tab = [0] * 100
for i in range(len(tab)):
    tab[i] = f(i)
```

Ici la fonction Python **`f`** se comporte comme une fonction mathématique. Pour une valeur d'entrée elle renvoie un résultat.

Deux façons de calculer

En programmation, on a deux façons de calculer :

- Calculer une valeur. Par exemple, l'expression `41 + 1` calcule la valeur `42`
- Modifier l'état interne de la machine. On appelle ça **faire un effet de bord** (*side effect* en anglais).

Par exemple : `tab[3] = 42` ou bien `print("Hello !")`.
Ces instructions ne **renvoient pas de résultats**, elles modifient l'état interne (de la mémoire, de l'écran, ...)

Ces concepts existent depuis le début de la programmation. Dans beaucoup de langages (par exemple Pascal), on avait une distinction :

- Une procédure, ou une sous-routine : portion de code identifiée par un nom qui ne renvoie pas de résultat mais effectue un ou plusieurs effets de bords.
- Une fonction : portion de code identifiée par un nom qui calcule et renvoie un résultat.

En Python (syntaxe des fonctions)

Le langage Python, comme beaucoup de langages modernes, ne fait pas de distinction entre procédure et fonctions.

```
def nom_de_la_fonction(x1, x2, …, xn):
    i1
    i2
    …
    im
```

- Les noms de fonctions suivent les même règles que les noms de variable (commencer par une lettre ou `_` et se poursuivre par une suite de lettres, un chiffres ou `_`)
- Les $\mathbf{x_i}$ sont appelés les **paramètres** de la fonction
- Le bloc (donc décalé de 4 espaces) des instructions $\mathbf{i_k}$ est appelé le **corps** de la fonction. Ces instructions peuvent être arbitraires (boucles, **`if`**, **`try`**, ...)

Mot clé `return`

Dans une fonction, le mot clé **`return`** permet de quiter la fonction. Si la fonction doit renvoyer un résultat, alors on peut donner une expression en argument à **`return`** qui calculera la valeur renvoyée.
En l'absence de **`return`** une fonction se termine lorsque l'on arrive à la dernière instruction de son corps.

```
##renvoie l'inverse de x si x != 0 et 0 sinon
def inv_ou_0(x):
    if x == 0:
        return 0
    else:
        return 1/x
```

Attention, Python ne vérifie pas si une fonction possède bien un **`return`** dans tous les cas !

Mot clé return (suite)

```
def inv_ou_0_bug(x):
    if x != 0:
        return 1/x
        #On ne fait pas de return dans l'autre cas donc
        #la fonction « ne renvoie rien »
```

```
>>> x = inv_ou_0_bug(2)
>>> y = inv_ou_0_bug(0)
>>> x+4
4.5
>>> y+4
Traceback (most recent call last):
  File "", line 1, in <module>
TypeError: unsupported operand type(s) for +: 'NoneType' and 'int'
```

Il n'y a « rien » dans la variable **y**, donc l'opérateur **+** échoue (on précisera ça plus tard).

Autres types d'erreurs

Si une fonction est définie avec `n` paramètres, alors il faut l'appeler avec exactement `n` arguments.

```
def f(x, y):
    return x*x + y*y
```

```
>>> f(2,3)
13
>>> f(2)
Traceback (most recent call last):
  File "", line 1, in <module>
TypeError: f() missing 1 required positional argument: 'y'
>>> f(2, 3, 4)
Traceback (most recent call last):
  File "", line 1, in <module>
TypeError: f() takes 2 positional arguments but 3 were given
```

Vocabulaire

```
def f(x, y):
    if x != y:
        return x*x + y*y
    else:
        reutrn 0

f(4, 5)
```

- `f` est le nom de la fonction
- `def f(x, y) …` (jusqu'à la fin du bloc) est la **définition** de la fonction
- `x` et `y` sont des **paramètres** de la fonction (on dit aussi *paramètres formels*)
- `if …` (jusqu'à la fin du bloc) est le **corps** de la fonction.
- `f(4, 5)` est un **appel de fonction**
- `4` et `5` sont les **arguments** de l'appel (on dit aussi *paramètres rééls*)
- Une fonction **renvoie** un résultat (on ne dit jamais une fonction ~~**retourne**~~ un résultat)

Plan

Rappel : exécution d'un programme

(pour les langages compilés comme C++, mais la suite s'applique aussi à Python)

1. Le fichier binaire stocké sur le disque est **copié en mémoire**
2. L'adresse mémoire de la première instruction est chargée dans le registre `PC` (*program counter*)
3. L'exécution de l'instruction s'efffectue
4. On passe à l'instruction suivante
5. ...
6. jusqu'à la fin du programme (sa dernière instruction)

On rappelle que dans l'architecture de Von Neumann, un ordinateur possède de la mémoire (pour stocker les résultats, les variables, ...) et des registres (sur lequels le processeur peut effectuer des opérations)

Langage machine simplifié

On se donne un langage machine fictif pour une architecture comme celle de Von Neumann :

```
r0    # registre de travail
r1    # registre de travail
PC    # registre contenant l'adresse de l'instruction en cours
SP    # registre spécial

load r_i n  # charge l'entier n dans le registre  r_i
read r_dst src # lit la valeur stockée à l'adresse
               # source et stocke la stocke dans le registre r_dst
               # src peut etre une adresse ou un registre contenant une adresse
write r_src dst # lit la valeur du registre r_src
                # et la stocke la stocke dans dst
                # dst peut etre une adresse ou un registre contenant une adresse
add r_d r_a b    # r_d ← r_a + b, b peut être un registre ou un entier
jump dst         # saute à l'instruction dont l'adresse est dst.
jgt  r_a r_b dst # saut à l'instruction dont l'adresse est dst si r_a > r_b
```

Langage machine simplifié (2)

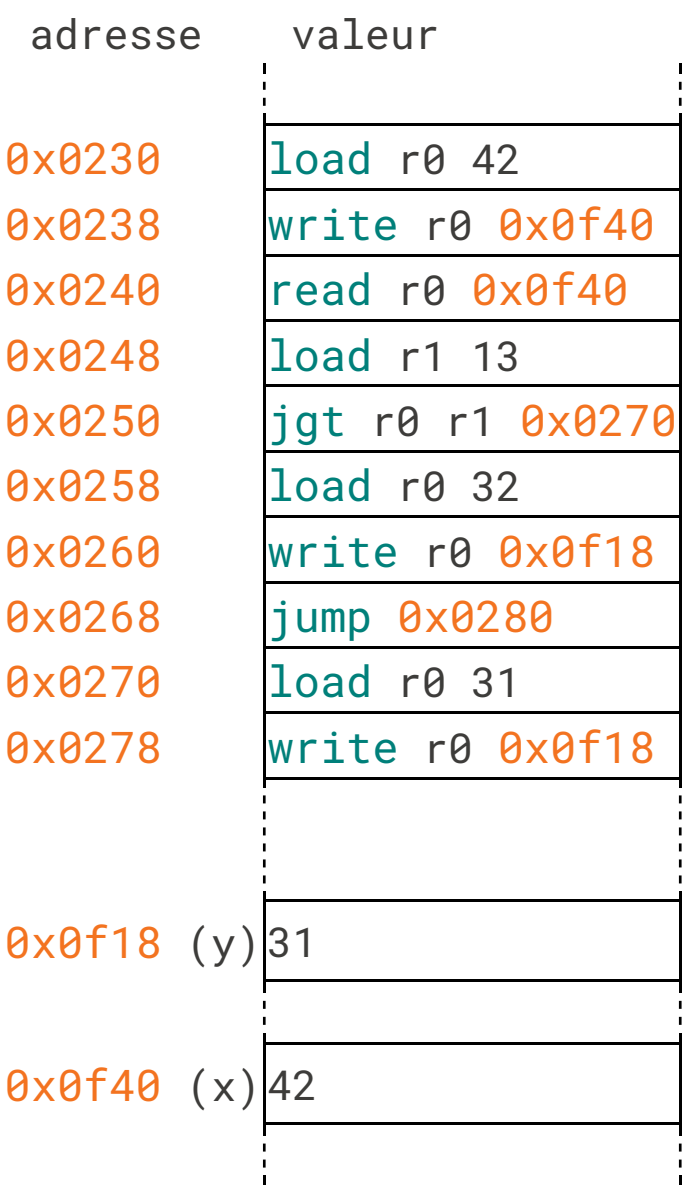
On considère le petit programme Python ci-dessous :

```
x = 42
if x > 13:
    y = 31
else:
    y = 32
```

Traduit dans le langage machine fictif :

```
load r0 42          #charge la constante 42 dans le registre r0
write r0 0x0f40     #copie le contenu de r0 à l'adresse 0x0f40 (x)
read r0 0x0f40      #copie le contenu de l'adresse 0x0f40 dans r0
load r1 13          #charge la constante 13 dans le registre r1
jgt r0 r1 0x0270    #si r0 > r1, saute à l'adresse 0x0232
load r0 32          #charge 32 dans r0
write r0 0x0f18     #copie le contenue de r0 à l'adresse 0x0f18 (y)
jump 0x0280         #saute à l'adresse
load r0 31          #charge 31 dans r0
write r0 0x0f18     #copie le contenue de r0 à l'adresse 0x0f18 (y)
```

Le programme chargé en mémoire



(registres) r0 : r1 :

segment de code :
La partie de la mémoire qui contient les instructions machines

tas :
La partie de la mémoire qui contient les données allouées par le programme (entier, chaînes de caractères, tableaux, …)

Remarques sur la diapo précédente

- On n'a pas utilisé un vrai langage machine (assembleur intel par exemple)
- On n'a pas dit comment décider que `x` va aller à l'adresse `0xf40`
- Plein d'autres détails systèmes (où se trouvent les autres programmes ?)

Mais globalement c'est une bonne approximation de la réalité

Avec des fonctions

On considère maintenant le programme suivant

```
def f(x, y):
    return x + y

u = f(41, 42)
v = f(42, 43)
```

Plein de choses à prendre en compte

- Le code de `f` est « ailleurs ». Il faut pouvoir y aller (on pourrait utiliser `jump`) mais on veut aussi revenir **à l'endroit où on a fait l'appel** (et non pas à une adresse fixe)
- `f` peut utiliser `r0` et `r1`, ce qui risque d'ecraser les calculs intermédiaires

Solution : on utilise une troisième zone mémoire, la **pile**.

Pile

La pile est une structure de données hyper-super-mega importante en informatique. Elle sera présentée en détail au S2 (« UE : algorithmique et structures de données »).

La pile d'appel est une zone particulière de la mémoire et manipulée par le processeur. Un registre particulier, `SP` (*stack pointer*) contient l'adresse du sommet de la pile.

Pour appeler une fonction en langage machine :

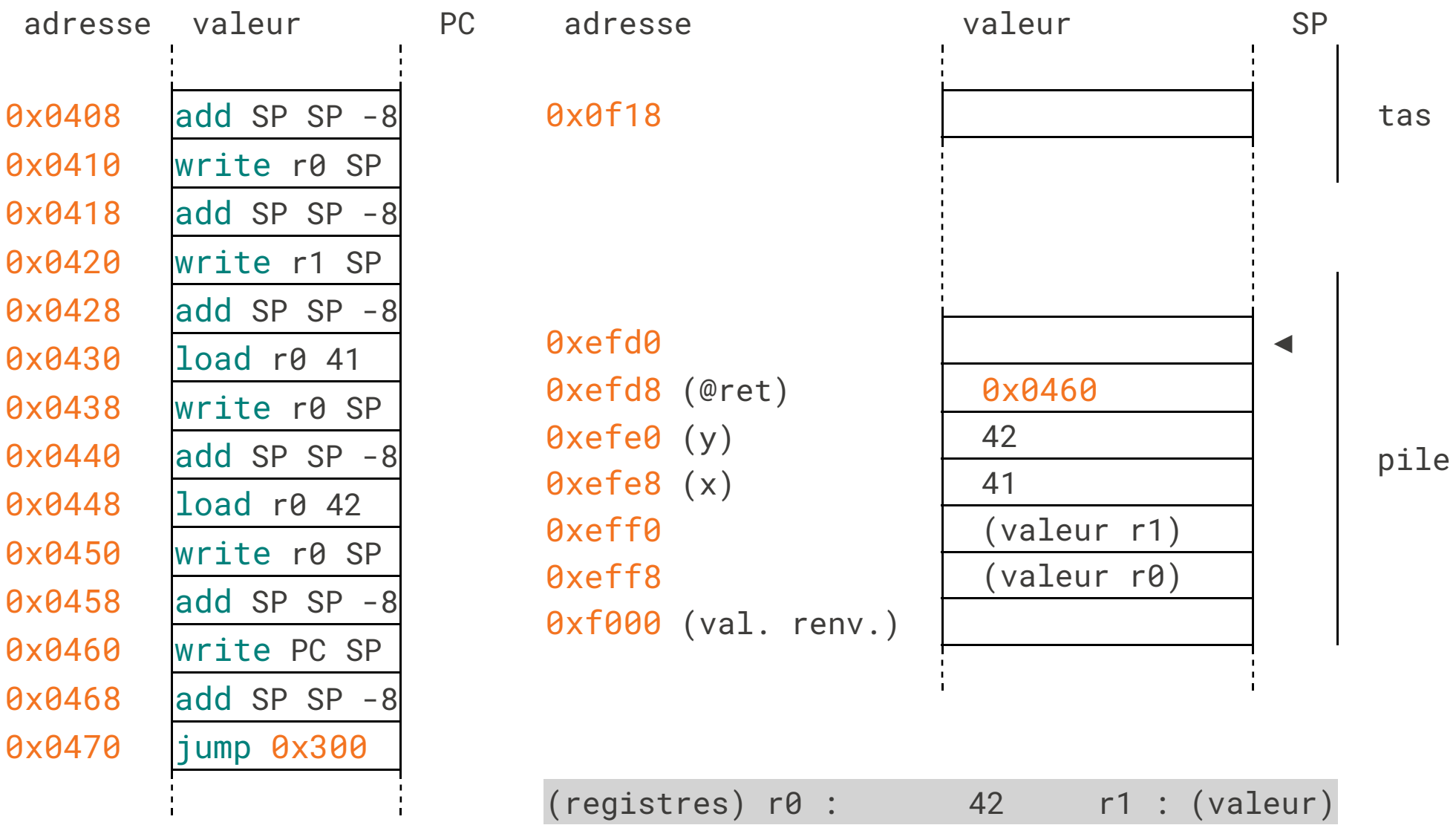
1. On réserve un espace pour la valeur de retour
2. On sauvegarde les registres sur la pile
3. On place tous les arguments sur la pile
4. On place l'adresse où l'on se trouve sur la pile (pour pouvoir y revenir)
5. On saute (`jump`) à l'adresse de la fonction.

Le code principal en détail

Initialement, **SP** est une adresse très grande, que l'on va diminuer de 8 en 8 au fur et à mesure qu'on empile.

```
add SP SP -8    # on réserve de l'espace pour le résultat
write r0 SP     # on sauvegarde r0 sur la pile
add SP SP -8
write r1 SP     # on sauvegarde r1 sur la pile
add SP SP -8
load r0 41      # on charge 41 dans r0
write r0 SP     # on écrit 41 sur la pile
add SP SP -8
load r0 42      # on charge 42 dans r0
write r0 SP     # on écrit 42 sur la pile
add SP SP -8
write PC SP     # on sauvegarde PC (l'endroit où on est) sur la pile
add SP SP -8
jump 0x300      # on saute à l'adresse de f
```

L'appel de la fonction

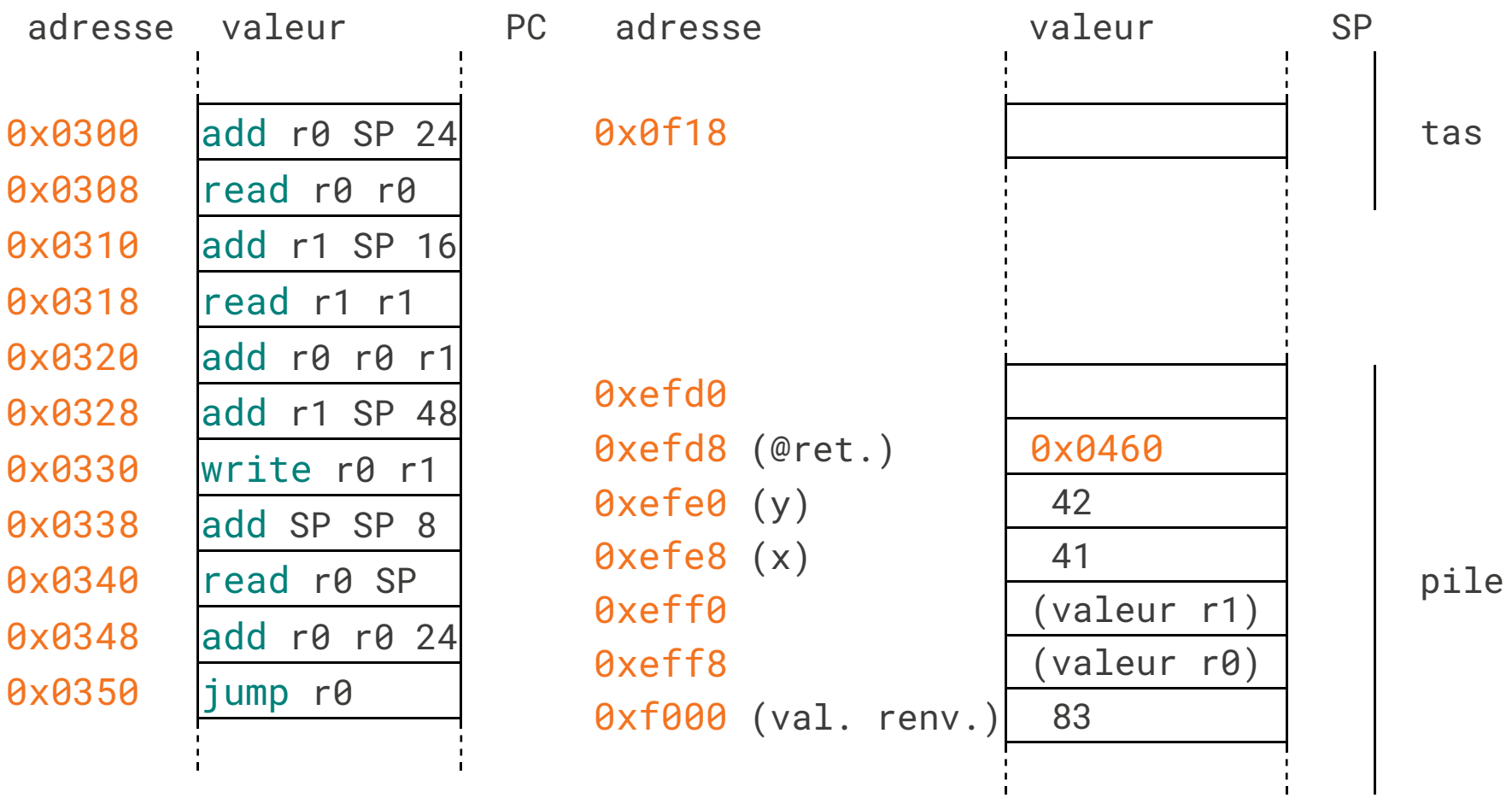


Dans le code de la fonction f

On est arrivé dans le code de la fonction **f** (à l'adresse 0x0300)

```
add r0 SP 24  # on lit SP+24 i.e. l'adresse de x dans r0
read r0 r0    # on charge ce qu'il y a à l'adresse r0 dans r0
add r1 SP 16  # on lit SP+16 i.e. l'adresse de y dans r1
read r1 r1    # on charge ce qu'il y a à l'adresse r1 dans r1
add r0 r0 r1  # on fait la somme de x + y
add r1 SP 48  # on calcule dans 41 l'adresse où écrire le résultat
write r0 r1   # on écrit r0 à l'adresse contenue dans r1
add SP SP 8
read r0 SP    # on lit l'adresse de retour dans r0
add r0 r0 24  # on se position sur la bonne instruction
jump r0       # on saute à l'adresse r0, i.e. là où on doit revenir
```

Dans le corps de la fonction (2)



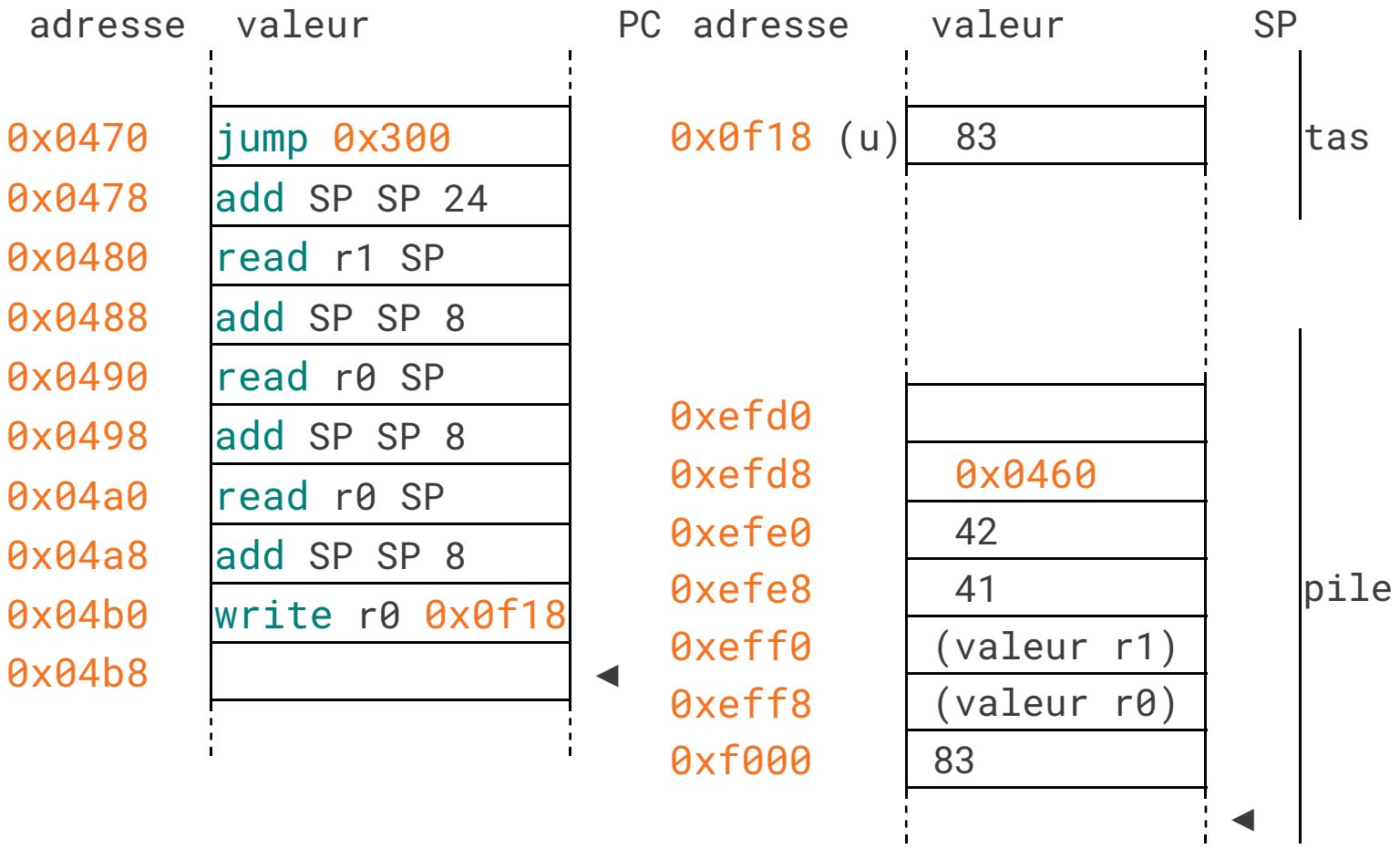
(registres) r0 : 0x0478 r1 : 0xf000

Retour dans l'appelant

Quand on revient dans l'appelant, il faut nettoyer la pile :

```
add SP SP 24   # on saute les arguments
read r1 SP     # on restore r1 à son ancienne valeur
add SP SP 8
read r0 SP     # on restore r0 à son ancienne valeur
add SP SP 8
read r0 SP     # on lit le résultat, i.e. f(41,42) dans r0
add SP SP 8
write r0 0xf18 # on écrit le résultat à l'adresse de u
```

Retour dans l'appelant (2)



(registres) r0 : 83 r1 : (valeur)

Que retenir de tout ça ?

La notion de pile d'appel, sur laquelle sont stockés :

- Les arguments
- L'adresse où revenir après avoir exécuté la fonction

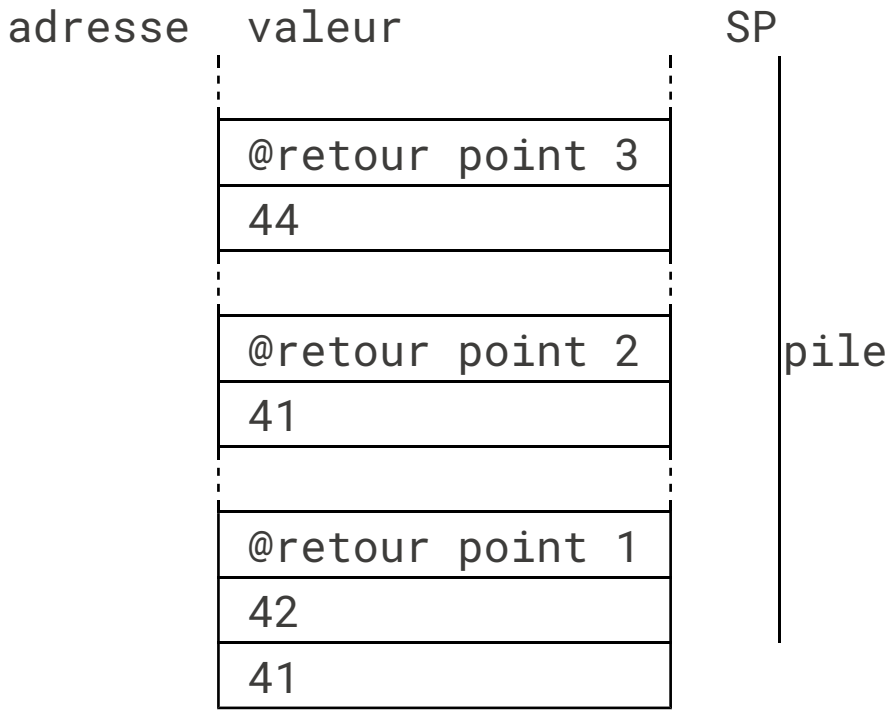
Cette notion de pile permet d'appeler des fonctions dans des fonctions :

```
def h(x):
    return x + 1

def g(x):
    z = h(x+3)  #point 3
    return z

def f(x,y):
    u = g(x)    #point 2
    return u + y

r = f(41, 42)   #point 1
```



Plan

Variables locales

Revenons aux fonctions en Python

```
def sumproduct(a, b, c):
    tmp = a + b
    tmp2 = tmp * c
    return tmp2
```

Les variables **`tmp`** et **`tmp2`** sont des **variables locales à la fonction**

- On ne peut pas y accéder depuis l'extérieur
- Elles « commencent à exister » quand on rentre dans la fonction
- Elles « cessent d'exister » quand on sort de la fonction

Variables globales

Une variable définie en dehors d'une fonction est une **variable globale**

```
NOMBRE_UN = 1

def suivant(x):
    return x + NOMBRE_UN

print(suivant(1))       # affiche 2
NOMBRE_UN = 17
print(suivant(1))       # affiche 18
```

Attention :

```
NOMBRE = 42
def change():
    NOMBRE = 666
    print ("Dans la fonction", NOMBRE)
    return

change()                                #affiche Dans la fonction 666
print ("Hors de la fonction", NOMBRE) #affiche Hors de la fonction 42
```

Variables globales depuis une fonction

Lorsque l'on écrit `x = e` dans une fonction (i.e. si `x=e` apparaît n'importe où dans la fonction)

- Si l'instruction `global x` a été donnée au début de la fonction alors la variable globale `x` sera crée ou modifiée
- Sinon la variable locale `x` sera crée ou modifiée

Lorsque l'on utilise une variable `x` dans une fonction

- Si une variable locale `x` existe, sa valeur est utilisée
- Sinon si une variable globale `x` existe (et que `x=e` n'apparaît pas dans la fonction), sa valeur est utilisée
- Sinon erreur : variable non définie

Exemples

```
X = 1
Y = 2

def f1(a, b):
    X = a  #X est locale
    Y = b  #Y est locale

def f2(a, b):
    global X, Y
    X = a #X global modifié
    Y = b #Y global modifié


def f3():
    return X+Y #pas de variable
               #locale, va chercher
               #les globales
```

```
def f4(a):
    X = X + a
#erreur ! X = ... indique que le
#X est local pour toute la fonction.
#mais en faisant X + a
#X n'est pas défini !
    return X

def f5():
    print (X)
    #erreur X est une variable locale
    #(pas encore définie)
    if False:
      X = 42
```

Passage par valeur

Python, fait du **passage par valeur** des arguments aux fonctions. Cela signifie que les arguments sont copiés (sur la pile). Si une fonction modifie ses arguments, les modifications sont locales à la fonction.

```
def f(a):
    a = 42
    print(a)

a = 18
f(a)     #affiche 42
print(a) #affiche 18
```

Dans une fonction, les paramètres se comportent **comme des variables locales**

Attention avec les tableaux

Python fait du passage par valeur, mais la valeur d'un tableau est **son adresse en mémoire.ATTENTION : c'est une différence fondamentale avec C++**

```
def f(tab):
    tab[0] = 42

tab = [1,2,3]
f(tab)
print(tab) #affiche [42, 2, 3]
```

On peut donc modifier les cases du tableau, mais pas la variable contenant le tableau:

```
def f(tab):
    tab = "toto"

tab = [1,2,3]
f(tab)
print(tab) #affiche [1, 2, 3]
```