

Contrôle de Connaissance
Licence 2 Informatique - Vie artificielle - Université
Paris-Sud

Mercredi 4 Janvier 2016

Durée : 2h00

Documents autorisés : supports et notes de cours

Consigne : Utiliser des copies séparées pour chacune des parties.

Avertissement : Chaque partie du sujet est indépendante des autres. Lisez donc bien l'énoncé en entier.

Le barème est donné à titre indicatif.

Partie I : Partitionnement et Apprentissage par renforcement

Cette partie concerne la première moitié du cours.

1 Partitionnement de données [6pts]

1.1 Questions de cours

1. Rappeler l'algorithme des k-moyennes
2. Expliquer et expliciter quels sont les paramètres (et leur signification) de l'algorithme de la mixture de Gaussienne, et comment ils sont mise à jour.
3. Illustrer un jeu de données sur lequel l'algorithme de la mixture de Gaussienne ne fonctionnera pas mais pour lequel un algorithme de partitionnement par densité n'aura pas de problème.

1.2 Applications

1. Appliquer trois itérations de l'algorithme des k-moyennes (avec calcul si nécessaire) sur le jeu de données de la figure 1 en partant des trois centres suivants : $c_1 = (3, 3)$, $c_2 = (6, 5)$ et $c_3(6, 2)$.
2. Que donnerait (ne pas faire de calcul) un partitionnement du même jeu de données en utilisant les deux centres suivants : $c_1 = (2, 2)$ et $c_2 = (6, 3)$ (faire un schéma pour répondre à la question).
3. Donner une estimation approchée de la probabilité d'appartenir à chacune de partitions en supposant un partitionnement parfait selon la mixture de gaussiennes.
4. Expliquer comment il est possible d'utiliser un algorithme de partitionnement pour segmenter une image par couleur.
5. Sachant que les images couleurs sont codées sur 24 bits, quelle compression peut-on obtenir si on utilise 16 centres pour partitionner une image par couleur.

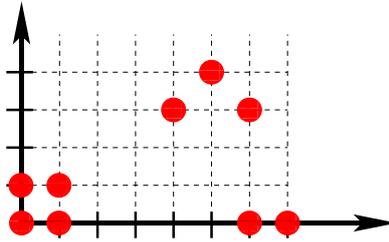


FIGURE 1 –

2 Apprentissage par renforcement [4pts]

2.1 Questions de cours

1. Rappeler que signifie le dilemme d'exploration/exploitation et illustrer le sur un exemple simple.
2. Expliquer comment marche le Q-learning (d'une part pour les bandits et d'autres part pour le gridworld). En particulier, vous explicitez comment et quelles variables/fonctions sont mise à jour et comment intervient le choix de la stratégie.

2.2 Applications

On considère ici une expérience sur des bandits. Le nombre de bandits est $n = 4$, et les paramètres $p_1 = 0.2$, $p_2 = 0.7$, $p_3 = 0.5$ et $p_4 = 0.9$. Chaque bras i rapporte donc 1 avec probabilité p_i et 0 sinon. L'expérience effectuée d'abord $m = 10$ actions où le choix suivant de bras a été fait : $\{1, 2, 1, 4, 2, 3, 3, 1, 2, 4\}$ sachant que des récompenses ont été obtenues dans les cas suivants :

$t =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Récompense	oui	oui	oui	non	non	oui	oui	non	non	oui

1. Evaluer les fonctions $Q^{t=11}$ pour chacun des bras.
2. La prochaine action sera sélectionnée de façon gloutonne. Quel bras sera choisi ? Mettre à jour la ou les fonctions de coût dans tous les cas possibles.
3. Le bras choisi est-il le choix optimal ?
4. L'action suivante est effectuée en utilisant la stratégie softmax. Lister dans quel ordre de probabilité seront choisis les différentes actions possibles (il n'est pas obligé de calculer la valeur exacte des probabilités mais il est nécessaire d'écrire la formule).
5. Décrivez comment il faut faire pour s'adapter au cas dynamique (on précisera comment se fait la mise à jour des variables/fonctions et la signification des différents paramètres).

Partie II : Apprentissage supervisé

Cette partie concerne la seconde moitié du cours. Nous considérons une tâche de classification de mail qui consiste à reconnaître si un mail est un spam ou non. Pour cela nous disposons de N exemples d'apprentissage : $(\mathbf{x}_i, \tilde{y}_i)_{i=1}^N$, où \mathbf{x}_i est le vecteur représentant la i ème observation (un mail) et \tilde{y}_i est la bonne réponse : $\tilde{y}_i = +1$ si le mail représentée par \mathbf{x}_i est un bon mail, et $\tilde{y}_i = -1$ s'il s'agit d'un mail frauduleux (spam). Pour simplifier, nous supposons qu'un mail à classer est constitué de deux composantes.

3 Algorithme du perceptron [7pts]

Supposons que $w_0 = 0$ et $\mathbf{w}^t = (1, -1)$, et que nous disposons de la base d'apprentissage suivante :

$$\tilde{y} = -1 : \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0.5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\} \text{ et } \tilde{y} = +1 : \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$$

1. Donner une représentation graphique des 4 points d'apprentissage et représenter la frontière de décision qui correspond au jeu de paramètre (w_0, \mathbf{w}) .
2. Donner l'interprétation géométrique de w_0 et \mathbf{w} .
3. Prenons l'exemple de la classe $\tilde{y} = +1$, $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, est-il bien classé? Justifier bien votre réponse.
4. Que propose de faire l'algorithme d'apprentissage du perceptron dans ce cas ?
5. Prenons l'exemple de la classe $\tilde{y} = -1$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 0.5 \end{pmatrix}$, est-il bien classé (justifier votre réponse)? Que propose de faire l'algorithme du perceptron dans ce cas ?
6. Finir une époque de l'algorithme du perceptron online sur les données en détaillant vos calcul (vous pouvez choisir l'ordre dans lequel vous traiterez les exemples qui restent).
7. Cet algorithme peut-il converger sur ces données d'apprentissage? Vous pouvez justifier graphiquement votre réponse?
8. Supposons disposer du point supplémentaire $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ pour la classe $\tilde{y} = -1$, l'algorithme peut-il converger?

4 Classification à trois classes [3 pts]

Désormais, nous souhaitons classer un mail selon les 4 classes suivantes : spam, à lire, attend une réponse, urgent. Proposer une solution pour mettre en oeuvre un tel système de classification en utilisant des neurones artificiels. En particulier, vous détaillerez : les paramètres du système, la règle de décision, est l'algorithme d'apprentissage.