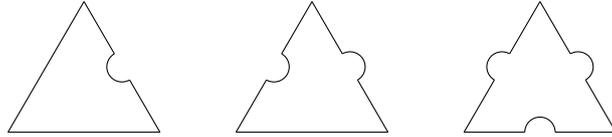


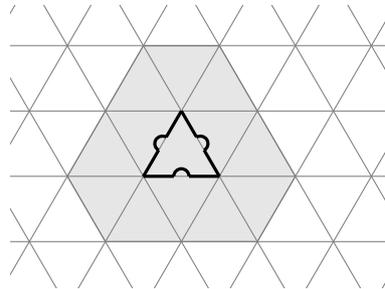
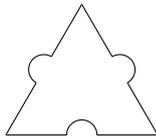
Atelier : Des tuiles et des couronnes.

Il est bien évidemment possible de paver le plan avec un simple triangle équilatéral. On va ici modifier ce triangle équilatéral en ajoutant des contraintes sur ses arêtes. Voici quelques exemples :

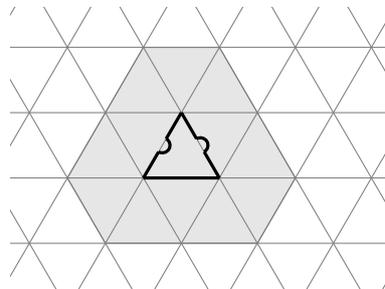
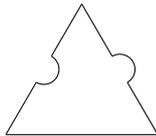


♠ **Question 1 :** À votre avis, est-ce que l'on peut paver le plan avec le premier triangle ? Pourquoi ?

♠ **Question 2//-a :** Essayez de paver autour de la tuile dessinée ci-dessous à droite, avec toujours le même motif. Qu'en déduisez-vous quant à la possibilité de paver tout le plan avec cette tuile ? Sauriez-vous proposer une explication ?

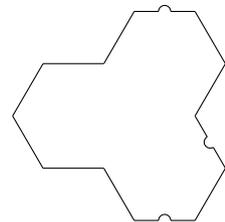


♠ **Question 2//-b :** Mêmes questions pour cette autre tuile dessinée ci-dessous.



Voici un autre exemple de tuile : on a collé trois hexagones réguliers ensemble, et on a ajouté des contraintes sur les côtés.

Vous avez à votre disposition des versions rouges et jaunes de cette tuile, que vous pouvez tourner et retourner.



♠ **Question 3 :** Placez une tuile rouge en face de vous, et essayez de l'entourer d'une couronne de tuiles jaunes.

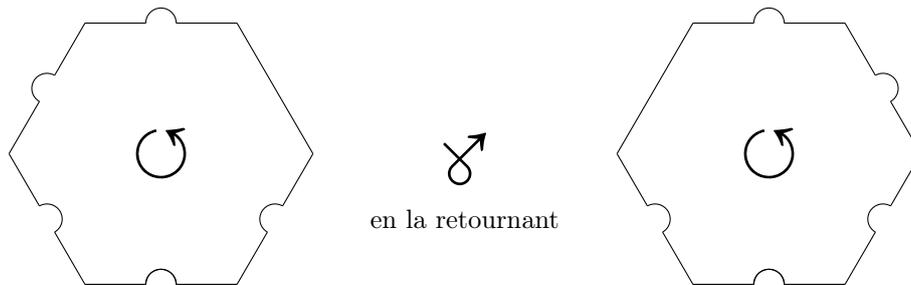
♠ **Question 4 :** Essayez d'entourer la couronne jaune d'une nouvelle couronne de tuiles, rouges cette fois.

♠ **Question 5 :** Quel motif apparaît sur la deuxième couronne (la rouge) et vous empêche clairement de faire une troisième couronne ?

Observation : Les tuiles déséquilibrées

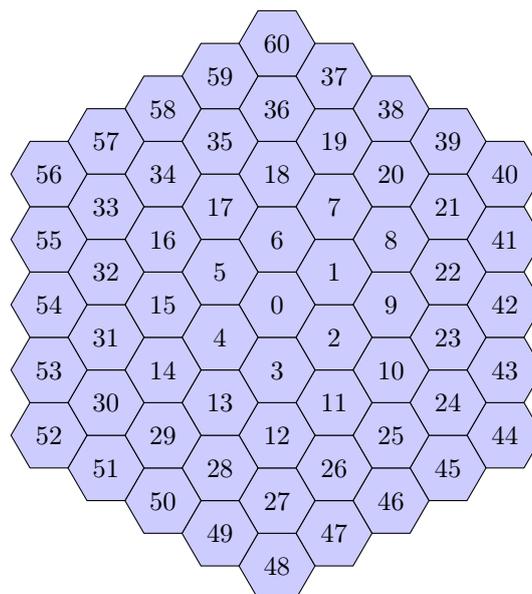
- Le triangle avec un creux et une bosse permet de paver le plan, celui avec un creux et deux bosses ne le permet pas.
- La tuile précédente a deux creux et une bosse, et elle ne pave pas le plan.
- Il est en fait possible de démontrer que si une tuile n'a pas autant de creux que de bosses, quelle que soit sa forme et l'emplacement des creux et bosses, alors la tuile ne permet jamais de paver le plan.

Un hexagone régulier permet aussi très simplement de paver le plan. Comme pour les triangles, essayons de voir ce qu'on obtient en ajoutant des contraintes sur les côtés de l'hexagone.



On a le droit de tourner la tuile, et de la retourner.

♠ **Question Défi :** Placez les tuiles à votre disposition dans l'ordre dessiné sur la grille ci-dessous. Essayez d'en mettre le plus possible. Quel nombre réussissez-vous à atteindre ?



Conclusion : Des tuiles et des couronnes

- Parmi les tuiles qui ne pavent pas le plan tout entier, certaines pavent une plus grande zone que d'autres.
- On connaît une tuile qui pave 5 couronnes autour d'elle-même, mais pas 6.
- On ne connaît en revanche pas de tuile qui peut s'entourer de 6 couronnes, mais pas de 7 (**toutes les tuiles connues qui peuvent paver 6 couronnes pavent aussi tout le plan**).



Cette œuvre est mise à disposition sous licence Attribution - Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International.