

### TD5 : Tas

**Exercice 1** (Pour démarrer).

Dans un tas max, où se trouve l'élément maximum? Où l'élément minimum peut-il se trouver?

**Exercice 2** (Insertion/Suppression dans un tas).

1. Dessiner le tas max obtenu en insérant successivement et dans cet ordre les éléments 10, 7, 3, 9, 11, 5, 6, 4, 8.
2. Dessiner le tas max obtenu en supprimant l'élément maximum.

**Exercice 3** (Représentation d'un tas par un tableau).

On représente un tas dans un tableau  $\mathbf{t}$  dont les indices vont *exceptionnellement* de 1 à  $n$ .

1. En quelle position se trouve l'élément maximum?
2. Soit un noeud en position  $i$  dans  $\mathbf{t}$ .
  - En quelle position se trouve son père?
  - En quelle position se trouve son fils gauche?
  - En quelle position se trouve son fils droit?
3. À quel parcours de l'arbre correspond la lecture des valeurs de  $\mathbf{t}$ ?
4. Donner le nombre minimum et maximum d'éléments qui peuvent se trouver dans un arbre binaire parfait de hauteur  $h$ .
5. Quelle est la hauteur d'un arbre binaire parfait de taille  $n$ ?

**Exercice 4** (Suppression du maximum).

Écrire le pseudo-code de l'opération `extraire_max` vue en cours, en utilisant la représentation d'un tas max par un tableau. On s'aidera pour cela des réponses à l'exercice précédent.

**Exercice 5** (Un tri un peu particulier).

On se donne un tableau  $\mathbf{t}$  de taille  $p$ . Chaque élément de  $\mathbf{t}$  est une pile non vide triée par ordre décroissant. On suppose de plus que la séquence des têtes des piles est décroissante :  $\text{tete}(\mathbf{t}[0]) \geq \text{tete}(\mathbf{t}[1]) \geq \dots \geq \text{tete}(\mathbf{t}[p-1])$ .

On souhaite trier dans l'ordre décroissant les  $N$  éléments contenus dans l'union des piles de  $\mathbf{t}$ .

1. Justifier que le tableau  $\mathbf{t}$  forme un tas max dont les éléments sont des piles, et où la comparaison entre deux piles se fait en fonction de leurs éléments de tête respectifs.
2. Donner un algorithme de complexité  $O(N \ln p)$  se basant sur le principe du tri par tas pour résoudre ce problème.