

TD n° 7

Types abstraits : Ensemble

Dans ce TD, on suppose déjà réalisé le type abstrait **Ensemble**. Les éléments d'un **Ensemble** sont de type **Objet** supposé lui aussi défini par ailleurs. Par exemple, le type **Objet** pourrait être le type **int**, ou une structure contenant deux entiers... ou n'importe quoi d'autre.

Nous utilisons une version du type abstrait **Ensemble** la plus simple possible et qui ne possède que les constructeurs et les opérateurs suivants :

Constructeur

- `void ensVide(Ensemble &e)`
// Crée l'ensemble vide *e*

Opérateurs d'accès

- `void ajoute(Ensemble &e, Objet o)`
// l'objet *o* donné est ajouté à l'ensemble *e* s'il n'y est pas, sinon rien n'est changé
- `void retire(Ensemble &e, Objet o)`
// l'objet *o* donné est retiré de l'ensemble *e* s'il y est, sinon rien n'est changé
- `objet element(Ensemble e)`
// retourne un objet quelconque de l'ensemble *e* si celui-ci n'est pas vide ;
// comportement non spécifié si l'ensemble *e* est vide

Opérateurs de test

- `bool estVide(Ensemble e)`
// retourne *true* si *e* est l'ensemble vide, *false* sinon
- `bool estDans(Ensemble e, Objet o)`
// retourne *true* si l'objet *o* est dans l'ensemble *e*, *false* sinon

À partir de ces 6 primitives, on souhaite programmer d'autres constructeurs et d'autres fonctions plus élaborées, que l'on utilisera finalement pour vérifier une propriété ensembliste.

Remarque : le fait d'être obligé de passer par ces six primitives impose de programmer dans un style qui n'est pas très efficace : par exemple pour calculer le cardinal d'un ensemble, on doit sortir les éléments un par un de l'ensemble, en incrémentant simultanément un compteur. De même, pour réaliser l'union ou l'intersection. Un vrai type abstrait sera en général composé de plus de 6 primitives, pour améliorer les performances.

Nous proposons ce jeu restreint, pour que le td soit court, tout en illustrant comment l'utilisation d'un type abstrait permet la répartition des tâches : en aval, une personne peut réaliser les 6 primitives en C++ par exemple, tandis qu'en amont, une autre personne programmera ce td. L'exploitation conjointe des deux parties réalisées est ensuite immédiate puisque l'interface entre ces deux parties a été définie par l'explicitation du type abstrait, i.e. les signatures des constructeurs et des opérateurs du type.

Exercice 1.

1. Réaliser une fonction `cardinal` qui retourne le cardinal d'un ensemble passé en paramètre.
2. Réaliser la fonction `inclus` qui renvoie `true` si un premier ensemble d'objets donné est inclus dans un deuxième ensemble d'objets donné, `false` sinon.
3. Réaliser la fonction `égal` qui renvoie `true` si deux ensembles d'objets donnés sont égaux, `false` sinon.
4. Réaliser la fonction `unionEns` qui retourne l'union de deux ensembles donnés. Les deux ensembles donnés ne doivent pas être modifiés.
5. Réaliser la fonction `interEns` qui retourne l'intersection de deux ensembles donnés, sans les modifier.
6. En supposant qu'il existe une procédure `ecrireObj(Objet o)`, qui permet d'imprimer un objet, réaliser la procédure `ecrireEns` qui imprime tous les éléments d'un ensemble passé en paramètre.
7. En supposant qu'il existe une procédure : `randomObj(Objet &o)` qui renvoie un objet `o` aléatoire, réaliser la procédure `randomEns` qui crée un ensemble de n éléments, où n est un entier positif.
8. **Principe d'inclusion-exclusion** : Écrire le programme principal qui vérifie si la propriété ensembliste suivante est vraie : si A, B, C sont des ensembles, alors

$$\begin{aligned} |A \cup B \cup C| &= |A| + |B| + |C| \\ &\quad - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| \\ &\quad + |A \cap B \cap C| \end{aligned}$$

où $|A|$ représente le nombre cardinal de A .

On vérifiera expérimentalement cette propriété en la testant sur des ensembles construits de façon aléatoire et dont le cardinal est lui-même aléatoire (compris entre 8 et 12).

Exercice 2. On s'intéresse maintenant à la réalisation de ce type abstrait. Plusieurs types concrets peuvent être utilisés/choisis. On supposera que les objets sont des entiers et que le nombre d'objets d'un ensemble est borné par une constante `MaxE`.

Réalisez la fonction `estDans` et les procédures `ensVide`, `ajoute` et `retire` avec chacun des types concrets suivants :

Réalisation 1 Dans cette première solution, on ne stocke que des ensembles d'entiers qui sont entre 0 et `MaxE - 1`. On peut donc utiliser comme type concret un tableau T de booléens où $T[i]$ vaut `true` si l'entier i est dans l'ensemble et faux sinon. Pour éviter les problèmes spécifiques au passage des tableaux en paramètre, on met le tableau dans une `struct`.

Réalisation 2 On utilise comme type concret une structure contenant un tableau d'entiers et un champ indiquant le nombre d'éléments de l'ensemble.

Réalisation 3 On utilise comme type concret une structure contenant un tableau d'entiers triés et un champ indiquant le nombre d'éléments de l'ensemble.