



Travaux Pratiques programmation n°8

Cours de programmation impérative

—Licence / Première Année—

Fonctions, nombres réel et fonctions mathématiques usuelles

Cette séance de travaux pratiques est consacrée à l'écriture et à l'utilisation de fonctions. On prendra bien soin de commenter chaque fonction pour préciser son mode d'emploi. On veillera à vérifier chaque fonction en l'utilisant dans un petit programme principal avant de passer à la suite.

► Exercice 1. Comparaison de nombres

Sur les nombres à virgule (**real**), l'opérateur `=` du pascal n'est pas très utile à cause des erreurs d'arrondis. De plus, comme le programme n'affiche pas tous les chiffres, deux nombres qui s'affichent de la même manière peuvent être différents. Par exemple, le programme suivant

```
begin
  writeln((7.0/3.0 + 3.0) * 3.0, 16.0);
  writeln((7.0/3.0 + 3.0) * 3.0 = 16.0);
end.
```

affiche sur ma machine (Free Pascal Compiler version 2.0.0 [2005/05/09] pour i386)

```
1.6000000000000000E+0001 1.6000000000000000E+0001
FALSE
```

La différence entre les deux nombres est sur une décimale qui n'est pas affichée. Pour résoudre ce problème, quand on veut comparer deux nombres à virgule, on teste si la valeur absolue de la différence est négligeable devant les deux nombres :

$$|x - y| < \epsilon |x| \quad \text{et} \quad |x - y| < \epsilon |y| \quad (1)$$

où ϵ est un très petit nombre.

1. Définir une constante **EPSILON** égale à 10^{-12} ;
2. Écrire une fonction **egal** qui prends deux nombres x et y et qui réponds s'ils vérifient la condition ci-dessus, c'est à dire s'il sont égaux avec une précision de ϵ .
3. Vérifier que les deux nombres $(7.0/3.0+3.0)*3.0$ et 16.0 sont bien «égaux» pour cette fonction.

► Exercice 2. Saisie contrôlée

Écrire une fonction **lisPositif** qui prends en paramètre un caractère représentant le nom d'une variable (par exemple `'x'`), qui affiche le message

Donnez la valeur de `x` :

et qui vérifie que le nombre entré est bien un nombre positif. Dans le cas contraire on redemande un nouveau nombre à l'utilisateur.

► Exercice 3. Racine carrée

On montre en mathématique que étant donné un réel positif a la suite

$$u_0 := a, \quad u_{n+1} := \frac{u_n + a/u_n}{2} \quad (2)$$

converge vers \sqrt{a} .

1. Écrire une fonction qui calcule la racine carrée d'un réel a . Par définition, la racine carrée est la solution x de l'équation $x^2 = a$. On utilisera ce test et la fonction **egal** définie plus haut pour vérifier que l'on a bien le résultat.
2. Écrire un programme qui demande un nombre positif à l'utilisateur et qui affiche sa racine carrée.

► Exercice 4. Exponentielle

La fonction exponentielle est définie par

$$\exp(a) := \sum_{i=0}^{\infty} a^i / i!. \quad (3)$$

1. Écrire une fonction **factorielle** qui calcule la factorielle d'un entier positif. Pour éviter les problèmes de dépassement de capacité les calculs intermédiaires et le résultat seront des **real**.
2. Écrire une fonction **puissance** qui calcule les puissances d'un nombre réel.
3. En réutilisant la fonction **egal** écrire une fonction **exponentielle** qui calcule l'exponentielle d'un nombre a . On utilisera une boucle et un accumulateur pour calculer les sommes $\sum_{i=0}^N a^i / i!$. On stoppe la boucle dès que deux sommes calculées consécutivement sont «égales».

Cette méthode n'est pas très efficace car, en utilisant les fonctions **factorielle** et **puissance**, on recalcule plusieurs fois les même produits. Pour aller plus vite, on peut, dans la même boucle, accumuler la factorielle, la puissance et la somme.

4. (Si vous êtes en avance). Écrire une fonction **exponentielle2** qui fait le calcul plus rapidement en utilisant les trois accumulateurs dans la même boucle. On gardera la même condition d'arrêt de la boucle.

► Exercice 5. Logarithme

Pour calculer le logarithme d'un nombre positif a , on peut utiliser de la même manière que pour la racine le fait que la suite

$$u_0 := a, \quad u_{n+1} := u_n + \frac{a}{\exp(u_n)} - 1 \quad (4)$$

converge vers $\ln(a)$.

1. Écrire une fonction **logarithme** qui calcule le logarithme d'un nombre positif. Par définition, le logarithme de a est la solution x de l'équation $\exp(x) = a$. On utilisera ce test et la fonction **egal** définie plus haut pour vérifier que l'on a bien le résultat.
2. Écrire un programme qui vérifie que pour un nombre x , on a bien $\exp(\ln(x)) = x$.
3. Écrire un programme qui calcul \sqrt{x} par la formule

$$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}} = \exp\left(\frac{\ln(x)}{2}\right). \quad (5)$$

comparer les résultats avec ceux de l'exercice 3.