

Examen final

Cours d'analyse, algorithmique

—Master 2 CCI—

Les documents manuscrits, sujets de travaux pratiques et dirigés ainsi que les supports de cours sont autorisés. Tous les autres documents tels que livres, calculatrices, téléphones portables et ordinateurs sont interdits.

Les exercices sont indépendants. Si l'on ne sait pas justifier une question, on peut néanmoins utiliser la réponse dans la suite.

Durée : 2 heures

► Exercice 1. (Recherches)

Soit T un tableau de n nombres réels (`float`). Étant donné un intervalle $[a, b]$ (avec $a < b$), on veut savoir s'il existe, dans le tableau T , un nombre qui appartient à l'intervalle $[a, b]$.

1. Donner un algorithme qui
 - retourne un nombre x dans l'intervalle, ainsi que sa position dans le tableau si un tel nombre existe ;
 - retourne `NonTrouvé` sinon.

Par exemple, pour le tableau $(1.1, 7.2, 3.5, 1.2, 10.1)$ avec $[a, b] = [2.0, 4.0]$, on retournera $(3.5, 2)$. Sur le même tableau si $[a, b] = [2.0, 3.0]$, on retournera `NonTrouvé`.

2. Quelle est la complexité de cet algorithme ?

On suppose maintenant le tableau trié.

1. Par recherche dichotomique, donner un algorithme de type « diviser pour régner » qui effectue le même travail.
2. Quelle est la complexité de ce nouvel algorithme ?

► Exercice 2. (Renverser un nombre)

1. On cherche un algorithme qui prend en entrée un entier positif n et qui renvoie le nombre n retourné. Par exemple, l'image de 356247 est 742653. On rappelle que le chiffre des unités d'un nombre peut être calculé par le reste de la division par 10. On donnera deux algorithmes, l'un récursif, l'autre itératif.
2. En déduire un algorithme qui répond si un nombre est un palindrome, c'est-à-dire s'il est son propre retourné (par exemple 35653). On ne considérera pas les nombres se terminant par 0.

► **Exercice 3. (Récursivité)** On considère les deux fonctions

```
int P(int n) {
    if (n == 0) return 1;
    else      return I(n-1);
}
int I(int n) {
    if (n == 0) return 0;
    else      return P(n-1);
}
```

où n est un nombre positif.

1. Quel est le résultat de $P(5)$, de $I(10)$?
2. Que calculent les fonctions P et I ?
3. Quelle est la complexité du calcul de $P(n)$?
4. Que se passe-t-il si on appelle P avec n négatif ?

► **Exercice 4. (Partitions d'un tableau)**

Soit T un tableau d'entiers de taille N et p un nombre.

1. Écrire un algorithme qui permute les éléments du tableau T pour le décomposer en trois blocs comme suit :

0	c	d	$N-1$
$e < p$	p	p	$e > p$

- Les indices i tels que $0 \leq i < c$ contiennent les entiers e strictement inférieurs à p , dans un ordre quelconque.
- Les indices i tels que $c \leq i < d$ contiennent les entiers e égaux à p .
- Les indices i tels que $d \leq i < N$ contiennent les entiers e strictement supérieurs à p , dans un ordre quelconque.

Par exemple, si au départ le tableau contient $[2, 5, 4, 5, 4, 3, 1, 6, 7, 6]$ avec $p = 4$, une solution possible est de répondre $[2, 3, 1, 4, 4, 5, 5, 6, 7, 6]$ avec $c = 3$ et $d = 5$.

2. Quelle est la complexité de cet algorithme ?