

# Chapitre 1

## Introduction

Ce document considère une sélection de mes travaux de recherche. Le fil conducteur de mes recherches se situe dans le domaine de la théorie des graphes, de la complexité, et de la théorie algorithmique des jeux.

Mon travail se place majoritairement dans des domaines d'applications tels que celui des télécommunications, celui de la grille, et celui de la bio-informatique.

Principalement, mes travaux de recherche se placent dans les télécommunications. Les réseaux de télécommunications peuvent se modéliser par un graphe. L'ensemble des sommets correspond aux nœuds du réseau. L'ensemble des arêtes (ou des arcs) représente les liens de communications entre les nœuds. La gestion des communications dans le réseau est donnée par un mode de commutation et par une fonction de routage. Le mode de commutation (exemple : voisin-à-voisin, commutation de circuits, ...) définit la méthode utilisée pour faire transiter l'information ; la fonction de routage définit les itinéraires utilisés par les messages.

Les contraintes matérielles et physiques sur chacun des composants du réseau (routeurs, médiums, topologie ...) se traduisent par différentes contraintes. Par exemple, la présence de liens de communications qui peuvent ou ne peuvent pas traiter les communications bidirectionnelles (full-duplex) conduit à supposer le graphe orienté ou non-orienté. La possibilité que le médium de communication est filaire ou sans fil, permet de poser des contraintes sur les communications (mode 1-port ou  $\Delta$ -port).

Il est incontestable que la place d'Internet et des réseaux de télécommunications est au centre de nos vies personnelles et professionnelles et que nous sommes de plus en plus consommateurs de services et d'applications garantissant une certaine qualité de services.

La qualité de service est une problématique récurrente dans les réseaux. Elle peut se traduire sous différentes formes en fonction de l'application comme par exemple la minimisation de certaines ressources comme le temps de transmission. Ceci se traduit soit sous forme de problèmes de décision, ou soit sous forme de problèmes d'optimisation avec lesquelles nous évaluons leur complexité ou la difficulté de les résoudre.

Actuellement, différents partenaires économiques apparaissent dans le paysage des réseaux. Ils ont fréquemment des intérêts économiques propres divergents et il est de moins en moins réaliste de supposer que chacun agit uniquement dans l'intérêt des performances globales de l'ensemble.

Par conséquent, d'un point de vue très pragmatique, il est très important d'être capable de garantir que la présence d'un ou de quelques partenaires non-altruistes dans un protocole ne peut mener à une dégradation notable des performances des protocoles

utilisés.

Il ne suffit plus d'élaborer des protocoles ou des algorithmes pour optimiser au mieux les ressources des réseaux mais aussi il faut garantir des performances tout en considérant les aspects économiques de chaque acteur.

Dans cette optique, nous nous sommes intéressées à

1. optimiser des ressources du réseau (par exemple [5, 14, 9] et [23]);
2. assurer une qualité de service (par exemple [21],[2, 7]);
3. prendre en compte les différents partenaires économiques (par exemple [10, 3],[18]).

Nous reprenons maintenant l'ensemble de nos travaux publiés depuis notre thèse dans ces directions. La suite du document se focalisera sur une sélection de ceux-ci, qui nous paraît la plus intéressante, ou la plus prometteuse.

Dans un premier temps, optimiser les ressources du réseau correspond à construire des algorithmes adaptés à un problème précis. Malheureusement, les méthodes sont différentes si l'on s'intéresse à la redistribution de données entre deux grappes d'ordinateurs (voir section 3.3), aux routages sans déflexion dans un réseau tout optique (voir [9]) ou si l'on considère les communications de groupe dans des applications de simulations distribuées (voir [5]).

Plus particulièrement, dans [5], nous sommes intéressées à la problématique de la Simulation Interactive Distribuée (DIS) correspondant à l'exécution distribuée de programmes d'entraînement militaire de simulation en temps réel sur un réseau. Ce réseau connecte de véritables simulateurs pilotés par des hommes sur des stations de travail qui réalisent le décor évoluant pendant la simulation. Notre travail a consisté à réduire les flots de données, en déterminant un ensemble de groupes suivant certains critères (proximité, type, ...) pour faire communiquer chaque groupe sur un port multicast. Ainsi les groupes ne recevront que les données propres à leurs membres. Ce groupement permet de mieux utiliser les ressources du réseau, notamment la bande passante. Chaque participant de la simulation est sur un quelconque nœud du réseau (LAN et/ou MAN) et les participants s'échangent des informations en fonction d'une zone de visibilité. En effet, si deux zones de visibilité s'intersectent alors, les participants doivent envoyer des informations. Ces échanges d'informations sont représentés par des *graphes d'Helly*. Nous avons évalué la complexité du problème et proposé des heuristiques basées sur les propriétés de tels graphes. Ce travail s'intègre au travail de thèse de Corentin Durbach (que je ne développerai pas plus dans ce document).

Dans un second temps, assurer une qualité de service permet d'assurer à l'utilisateur des performances sur son utilisation du réseau. Nous avons étudié ce genre de problématiques dans les réseaux optiques en étudiant la dégradation de l'utilisation du réseau si l'on s'assurait une gigue faible dans [20, 21] ou si l'on assurait aucune perte de messages dans le réseau dans [2]. L'utilisation de routages eulériens permet de garantir que tout paquet en transit arrive à destination en un temps fini. Garantir qu'il est possible de router de cette façon en un temps donné se ramène alors à déterminer si le graphe possède de "bons" circuits eulériens.

Dans un troisième temps, à la vue de certains phénomènes observés expérimentalement sur le réseau actuel (l'exemple le plus connu est le partage de fichiers en commun [Adar and Huberman, 2000]), ou ne serait-ce que parce que les différents partenaires impliqués dans les réseaux sont des sociétés commerciales en nombre croissant qui ont des

intérêts économiques propres divergents, il est de moins en moins réaliste de supposer que chacun agit uniquement dans l'intérêt des performances globales de l'ensemble.

Par conséquent, d'un point de vue très pragmatique, il est très important d'être capable de garantir que la présence d'un ou de quelques partenaires non-altruistes dans un protocole ne peut mener à une dégradation notable des performances des protocoles utilisés.

Nous développerons plus en détail cette partie de notre travail dans les chapitres 2, 6 et 7.

Parallèlement, nous nous avons étudié des problèmes issus de la théorie de graphes : par exemple en étudiant les différentes colorations de graphes (voir chapitre 4), ou en définissant un plongement des tores carrés dans une classe particulière de réseaux optiques dans [22] ou en reconnaissant en temps polynomial des graphes de Fibonacci et de Knödel dans [11]. Ces derniers graphes correspondent aux topologies pour lesquelles on a la garantie d'un algorithme d'échange total optimal en nombre de phases en mode voisin-à-voisin 1-port. Cet algorithme de reconnaissance de graphes se base sur la décomposition en cycles et sur leur dénombrement.

Aussi, dans le contexte de la bio-informatique, nous avons étudié des problèmes de théorie des graphes par exemple calculer l'arrangement linéaire optimal (voir chapitre 3), calculer les séparateurs de graphes représentant les réactions chimiques (voir [38] et aussi la thèse d'Antoine Joulie [Joulie, 2007]) intervenant dans le fonctionnement des cellules.

De la même façon, nous avons traité du problème de la génération de séquences aléatoires pour l'analyse des génomes dans [4]. La génération de séquences aléatoires a pour objectif de comparer si les propriétés observées dans les séquences naturelles le sont aussi dans les séquences aléatoires. Cette comparaison permet de déterminer dans quelle mesure ces propriétés sont "biologiquement" pertinentes. Par exemple, le problème est de construire un ensemble de séquences dont un motif particulier est sur-représenté (ou inversement sous-représenté). Notre travail porte sur la génération de séquences ayant des contraintes sur les motifs. Par exemple, une de ces contraintes est de contenir un ensemble de motifs où chaque motif a un nombre d'occurrences bien déterminé. Cette génération porte sur des notions de chemins eulériens dans des graphes de séquences. De plus nous avons montré la difficulté de déterminer si une séquence satisfait les contraintes liées aux motifs est NP-complet. Malgré ce résultat négatif, une heuristique a été proposée et son expérimentation a montré qu'en pratique elle donnait un bon échantillonnage.

**Organisation du document** Ce mémoire d'habilitation présente une sélection de nos travaux de recherche. Cette sélection vise à illustrer plusieurs facettes des différentes techniques utilisées dans nos recherches.

Le chapitre 2 correspond à une première présentation de quelques conséquences de la présence de partenaires économiques dans les réseaux. Il présente ainsi un survol du problème algorithmique du calcul d'arbre de plus court chemin en présence d'adversaires, et quelques résultats personnels.

Les chapitres 3 et 4 discutent de la frontière entre les problèmes tractables et non-tractables sous deux angles différents. Dans le chapitre 3, nous présentons la théorie de l'approximation, en l'illustrant par trois de nos travaux. Deux des algorithmes d'approximation décrits permettent d'assurer une certaine garantie sur l'utilisation de ressources du réseau, et sur une qualité de service. Le troisième traite d'approximation d'un problème de la théorie des graphes (minimisation d'arrangements linéaires pour les graphes d'in-

tervalle). Le chapitre 4 présente des problèmes de coloration de graphes non-classiques. Il donne un aperçu du fait que changer légèrement les instances du problème permettent de radicalement changer la complexité du problème de la coloration.

Le chapitre 5 est une introduction à la théorie algorithmique des jeux, et des jeux classiques étudiés en informatique. Il sert essentiellement à définir les concepts utilisés par la suite.

Le chapitre 6 introduit certains modèles de dynamisme en théorie des jeux. Il présente la notion de jeux répétés, et les propriétés de leurs équilibres de Nash. Il présente les dynamiques de joueurs fictifs, et les dynamiques de meilleure réponse dans le contexte des protocoles de population. Ce dernier point présente nos travaux visant à comprendre ce qui est programmable par de telles dynamiques.

Le chapitre 7 présente nos travaux à propos de l'apprentissage d'équilibres de Nash. C'est-à-dire visant à construire des comportements tels que si chacun des joueurs adopte ces comportements alors le système global converge vers un équilibre de Nash. Nous nous intéressons en particulier à l'apprentissage d'équilibres sur les jeux de potentiel ordinal.

# Chapitre 2

## Arbre de plus court chemin

Dans ce chapitre, nous nous intéressons au problème de la construction d'un arbre de plus court chemin. Nous nous focalisons sur une variante naturelle qui consiste à construire des arbres de plus court chemin lorsque chacun des noeuds possède un intérêt propre.

Nous motivons le problème dans la première section. Dans la deuxième section, nous définissons formellement le problème de la construction d'un arbre stable de plus court chemin. Dans la troisième section, nous présentons quelques résultats connus sur le problème. Dans la quatrième section, nous présentons une variante de ce problème où nous considérons que les noeuds peuvent appartenir à des coalitions (couleurs). Dans la cinquième section, nous présentons quelques liens avec la théorie des jeux.

Ce chapitre vise à présenter d'une part quelques résultats personnels, essentiellement dans la quatrième section [10], [42]. Mes résultats personnels relatifs à ce chapitre consistent principalement en d'une part une preuve de la complexité du problème de plus court chemin avec couleurs, d'autre part en des conditions nécessaires pour l'existence d'un arbre stable et enfin un algorithme auto-stabilisant de construction d'arbres stables.

D'autre part, et surtout, ce chapitre vise à présenter par cet exemple introductif le type de problèmes et le type de questions algorithmiques que nous nous posons. En particulier, il nous sert à introduire quelques concepts de la théorie algorithmique des jeux sur lesquels nous reviendrons.

Les travaux personnels de ce chapitre ont partiellement été obtenus en collaboration avec A. Dasgupta, S. Delaët, S. Ghosh, et S. Tixeuil.

### 2.1 Motivation

Nous nous intéressons au problème classique de la construction d'arbre de plus court chemin. Ce problème est clairement relié au problème du routage dans les réseaux.

Vu les évolutions des réseaux (routage inter-domaine, système de peering, etc ...), l'algorithmique répartie doit maintenant prendre en compte le fait que les noeuds du réseau ont leur intérêt propre même s'ils participent à un processus global. La théorie des jeux est un outil naturel pour modéliser ces phénomènes. Comme nous allons le voir, elle n'apporte pas de solution algorithmique directe pour résoudre la concurrence entre les participants, mais plutôt un outil naturel de modélisation.

Voici une définition plus formelle du problème de l'arbre de plus court chemin :