

Algorithmes d'approximation sur les graphes d'intervalle.

Mots clés : graphe d'intervalle, numérotation sommet, cutwidth, approximation.

Un graphe est un graphe d'intervalle si il existe une bijection entre les sommets du graphe et un ensemble de segments d'une droite tel que deux sommets u et v sont reliés par une arête si et seulement si les segments correspondant à u et v se superposent.

Certains problèmes classiques NP-complets dans la théorie des graphes (comme coloration des sommets, clique maximum, . . .) sont polynomiaux dans cette famille de graphes. Par exemple, le problème *bandwidth* (problème de numérotation de sommets) dans les graphes d'intervalle est résolu par un algorithme en $O(n \log n)$ opérations [8]. D'autres problèmes (comme le problème du nombre achromatique) sont des problèmes NP-complets dans de tels graphes [1, 2].

Ce stage est dédié à l'étude du problème *cutwidth* dans un graphe, i.e trouver une numérotation L des sommets du graphe $G = (V, E)$ tel que $\max_{1 \leq i \leq n} \{ \{u, v\} \in E \mid L(u) \leq i < L(v) \}$ soit minimal. Dans un graphe général, le problème est NP-complet et ce problème a été intensivement étudié. Par contre, la complexité de ce problème dans un graphe d'intervalle est une question ouverte [5]. L'objectif est de trouver des heuristiques à ce problème, et de trouver la complexité à ce problème dans un premier temps et trouver des algorithmes d'approximation.

Références

- [1] Hans L. Bodlaender. Achromatic number is np-complete for cographs and interval graphs. *Information Processing Letters*, 31(3) :135–138, 1989.
- [2] Johanne Cohen, Fedor Fomin, Pinar Heggernes, Dieter Kratsch, and Gregory Kucherov. Optimal linear arrangement of interval graphs. In Springer-Verlag, editor, *31st International Symposium on Mathematical Foundations of Computer Science - MFCS 2006*, Lecture Notes in Computer Science, pages 267–279, 2006.
- [3] D. J. Kleitman and R. V. Vohra. Computing the bandwidth of interval graphs. *SIAM J. Discrete Math*, 3(3) :373–375, 1990.
- [4] D. Kratsch and L.K Stewart. Approximating bandwidth by mixing layouts of interval graphs. *SIAM J. Discrete Math*, 15 :435–449, 2002.
- [5] Rodica Mihai Pinar Heggernes, Daniel Lokshtanov and Charis Papadopoulos. Cutwidth of split graphs, threshold graphs, and proper interval graphs. In *34rd International Workshop of Graph-Theoretic Concepts in Computer Science*, 2008.
- [6] S. Rao and A. W. Richa. New approximation techniques for some ordering problems. In *ACM-SIAM Symposium On Discrete Algorithms (SODA)*, pages 211–218, 1998.
- [7] K. Skodinis. Computing optimal linear layouts of trees in linear time. In *ESA 2000*, number 1879 in LNCS, pages 403–414, 2000.
- [8] A. P. Sprague. An $o(n \log n)$ algorithm for bandwidth of interval graphs. *SIAM J. Discrete Math*, 7(112) :213–220, 1994.