

Exercices sur les algorithmes probabilités

Nom du rédacteur : Johanne Cohen

<https://www.lri.fr/~jcohen/pages/enseignement.html>

Algorithmes probabilistes : collectionneur de vignettes

Un collectionneur cherche à avoir toutes les vignettes d'une série représentant des joueurs de foot. Pour avoir une vignette, il doit acheter un paquet de céréales. Chaque boîte de céréales contient une carte choisie de manière uniforme et indépendante au hasard parmi ces n possibilités.

Le collectionneur veut absolument une carte.

Supposons que Gabriel Durant soit l'un des n joueurs de foot. Supposons que le collectionneur est un grand fan de lui : il veut absolument sa carte.

Question 1. Notons \mathcal{A}_i l'évènement que la i ème boîte ne contienne pas la carte de Gabriel Durant. Quelle est la probabilité de cet évènement ?

Question 2. Notons \mathcal{B} l'évènement qu'aucune des m premières boîtes achetées contiennent la carte de Gabriel Durant. Quelle est la probabilité cet évènement ?

Question 3. Notons \mathcal{C} l'évènement que nous avons la carte de Gabriel Durant après avoir acheté m boîtes. Quelle est la probabilité cet évènement ?

Question 4. En déduire le nombre de boîtes qu'il faut acheter pour avoir au moins 90 % de chance d'avoir cette carte.

Le collectionneur veut absolument toutes les cartes.

Soit \mathcal{B}_i l'évènement qu'aucune des m premières boîtes achetées contiennent la carte numéro i .

Question 5. Soit \mathcal{E} l'évènement qui le collectionneur n'a pas pu obtenir toute la collection après l'achat de m boîtes. Définir l'évènement \mathcal{E} par rapport aux évènements \mathcal{B}_i ? Quelle est la probabilité de \mathcal{E} ?

Question 6. Combien boîtes doit-on acheter pour avoir au moins 90 % de chance d'avoir toutes les cartes.