

Partiel du module d'Algorithmique et Routage dans les réseaux de Télécommunications

Tous supports de cours sont autorisés. La qualité de la présentation sera prise en compte dans la notation.

Exercice sur les enchères véraçes.

Considérons le problème du plus court chemin entre les sommets S et T vu en cours. Dans la figure A, le sommet S doit choisir entre deux chemins (celui du haut ou celui du bas). Les coûts de transit de u et v sont respectivement de 4 et de 8.

Question 1: Supposons que les deux sommets déclarent leur coût de transit. Quel chemin sera sélectionné en utilisant les algorithmes d'affectation et de prime vus en cours? Quelles sont les utilités de u et de v ?

Question 2: Supposons que v déclare son coût de transit. De plus, le sommet u déclare qu'il correspond à deux joueurs u' et u'' ayant un coût déclaré de transit de 2 pour chacun. La figure B correspond à la nouvelle topologie du réseau déclaré. Quel chemin sera sélectionné? Quelles sont les utilités de u et v ? Que déduisez-vous?

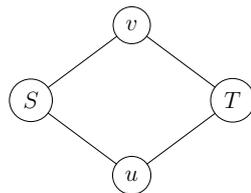


Fig. A

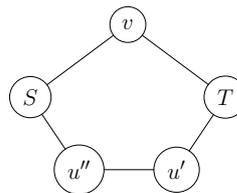


Fig. B

Exercice sur les jeux d'allocations

Considérons le jeu d'allocations (vu en cours) avec n tâches et m machines identiques.

Question 1: Considérons le jeu avec trois tâches et deux machines. Montrer que le coût social de n'importe quel équilibre de Nash pur correspond à l'affectation optimale OPT des tâches (l'affectation qui minimise la date de la fin de l'exécution de la dernière tâche).

Question 2: Montrer qu'il existe un équilibre de Nash pur tel que son coût social corresponde à l'affectation optimale OPT pour le jeu en général.

Question 3: Maintenant chaque tâche i a un poids w_i et un ensemble de machines $S_i \subseteq \mathcal{M}$ qui peut l'héberger avec \mathcal{M} l'ensemble des machines. Donnez un algorithme qui construit un équilibre de Nash pur sous ces hypothèses.

Exercice sur la théorie des jeux appliquée au routage

L'objectif de cet exercice est d'étudier le protocole BGP sous forme d'un jeu. Pour cela, on considère que le réseau est composé de trois ASs reliés les uns avec les autres (voir figures 1 ou 2). De plus, seul le routage vers l'AS 0 est considéré et chaque noeud AS i a une liste L_i de routes entre lui et la destination. Cette liste est ordonnée en fonction de la préférence du noeud.

Par exemple dans la figure 1, l'AS 1 préfère le chemin passant par les AS 1, AS 0 que le chemin passant par les AS 1, AS 2, AS 0 pour acheminer les données vers l'AS 0.

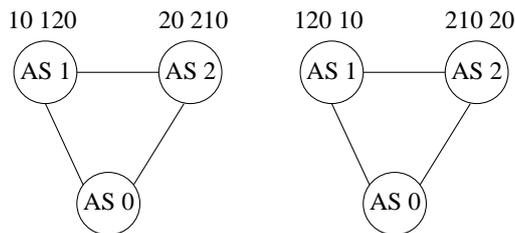


Fig. 1 : Jeu A

Fig. 2 : Jeu B

Considérons un jeu appliqué au routage défini de la façon suivante:

- chaque noeud du réseau est un joueur (rationnel) du jeu.
- chaque noeud a une liste de chemins pour aller à AS 0. Cette liste est composée de deux chemins. On notera respectivement P_i et S_i le premier chemin et le second chemin de la liste L_i pour l'AS i avec $i \in \{1, 2\}$.
- chaque stratégie correspond à choisir un chemin.

La fonction d'utilité dépend du routage. Si un noeud AS i ne peut pas trouver une route pour aller vers AS 0, alors son utilité est de -2 . Sinon, si le choix est la première stratégie P_i alors son utilité est 2. Et si le choix est la deuxième stratégie S_i alors son utilité est 1.

Par exemple, dans la figure 1, pour le jeu A, l'AS 1 a sa liste $L_1 = \{(10, 120)\}$ de chemins. Sa stratégie P_1 (resp. S_1) est alors de choisir le chemin AS 1, AS 0 (resp. AS 1, AS 2, AS 0). Par exemple si les joueurs AS 1 et AS 2 choisissent les stratégies S_1 et S_2 respectivement, alors leur utilité est de -2 car pour chacun des deux ASs, l'AS 0 n'est pas atteignable. On peut ainsi construire la forme stratégique du jeu A (voir table 1).

AS 1	AS 2	
	P_2	S_2
P_1	2,2	2,1
S_1	1,2	-2,-2

Table 1: forme stratégique du jeu A

Question 1: Etude du jeu A

Question 1.1: Déterminer pour le joueur AS 1 que la stratégie P_1 est une stratégie dominante.

Question 1.2: Déterminer si le joueur AS 2 a une stratégie dominante.

Question 1.3: En déduire un équilibre de Nash pur de ce jeu.

Question 2: Etude du jeu B

Question 2.1: Représenter le jeu sous sa forme stratégique.

Question 1.2: Existe-t-il un équilibre de Nash pur dans ce jeu? Si il en existe pas, dire pourquoi. Sinon énumérer les différents équilibres de Nash.

Question 3: Existe-t-il un équilibre de Nash pur dans le jeu en considérant le réseau suivant?

