Mâte Recherche COSY **2009**

Durée : 3 heures.

Partiel du module d'Algorithmique et Routage dans les réseaux de Télécommunications

Toutes les notes de cours sont autorisés. La qualité de la présentation de la copie sera prise en compte dans la notation.

Le partiel se décompose en deux parties. Vous utiliserez une copie pour chaque partie.

Exercice:

Supposons qu'il existe deux flux d'information (notés `F1`, `F2`) allant de `AS 1` vers `AS 2`. Il existe trois chemins possibles (voir la figure 1): passer soit `AS B`, soit `AS C`, soit `AS D`.

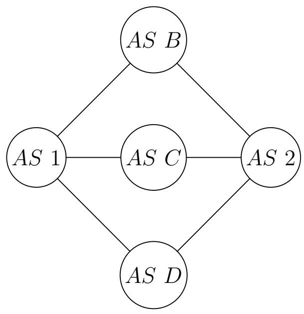

Figure 1: Description du réseau.

Si les deux flux utilisent la même route, les *AS*s sont surchargés et ceci cause des retards dans l'acheminement des données. Voici la matrice des temps t_1 et t_2 d'acheminement pour les deux flux.

		Joueur adverse		
		`AS B`	`AS C`	`AS D`
Joueur	`AS B`	6	3	4
	`AS C`	1	5	8
	`AS D`	7	4	14

Si le flux `F1` choisit la route passant par `AS B`, et si le flux `F2` choisit celle passant par `AS C`, alors le temps d'acheminement pour `F1` est $t_1(\texttt{AS B}, \texttt{AS C}) = 3$ et celui de `F2` est $t_2(\texttt{AS B}, \texttt{AS C}) = 1$.

Question 0: Donner dans ce contexte la définition d'équilibre de Nash pur.

Question 1: Montrer si pour le joueur `F1` la stratégie `AS C` domine la stratégie `AS D`.

Question 2: Montrer si pour le joueur `F1` la stratégie `AS B` domine la stratégie `AS D`.

Question 3: Que peut-on déduire des deux questions précédentes ?

Question 4: Donner le(s) équilibre(s) de Nash pur si il en existe.

Question 5: Calculer l'équilibre de Nash mixte.

Exercice sur les jeux de congestion étendus

Considérons le réseau correspondant à la figure 1 et n joueurs transitant w_i unités d'information entre `AS 1` vers `AS 2`. Le coût de transit de chaque arête dépend de la charge : $f(x) = 1 + 2x$ avec x correspondant à la charge de l'arête et le coût de transit d'un chemin correspond à la somme des coûts de transit de ses arêtes.

Question 1: Donner dans ce contexte la définition d'équilibre de Nash pur.

Considérons l'algorithme suivant :

1. Construire une liste triée des joueurs dans l'ordre décroissant en fonction de w_i.
2. Sélectionner la stratégie pour chaque joueur dans l'ordre de la liste telle que le coût de transit soit minimun à cet instant.

Question 2: Donner la configuration calculée par l'algorithme avec 6 joueurs avec $w_1 = 10$, $w_2 = 8$, $w_3 = 5$, $w_4 = 3$, $w_5 = 3$, $w_6 = 1$.

Question 3: Donner la compléxité de cet algorithme.

Question 4: Montrer par récurrence que cet algorithme calcule un équilibre de Nash pur.

Considérons maintenant le réseau correspondant à la figure 2 avec la même fonction de coût des arêtes.

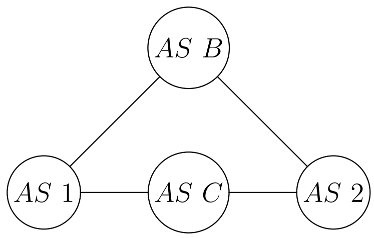

Figure 2: Description du réseau.

Le coût social d'une configuration correspond au maximun des coûts de chaque joueur.

Question 5: Montrer que pour tout jeu ayant 3 joueurs, tous équilibres de Nash pur minimisent le coût social.