

Élection d'un leader

On considère un réseau constitué de n sites $0, \dots, n-1$. Chaque site i a une valeur val_i avec les val_i deux à deux distincts. Le leader est le site avec la plus grande valeur val_i . A un moment donné, l'un des sites veut initier une élection, c'est à dire initier un algorithme distribué qui a pour but de déterminer lequel des sites est le leader.

Exercice : élection dans un anneau unidirectionnel.

Le réseau est organisé en cycle unidirectionnel : les communications élémentaires entre sites voisins sont des communications allant de i à $i+1$ (modulo n).

On propose l'algorithme suivant pour le site i .

Initialisation de l'élection ou 1ère réception de message \rightarrow

1. envoyer le message $\langle 1, val_i \rangle$ à $succ_i$
2. $etat_i \leftarrow actif$;
3. $max_i \leftarrow val_i$;

Réception du message $\langle 1, V \rangle \rightarrow$

1. si ($etat_i == actif$) alors
 - (a) si ($V \neq max_i$) alors $envoyer(\langle 2, V \rangle)$; $voisin_i = V$
 - (b) sinon max_i est élu, prévenir les autres,
2. Sinon envoyer le message $\langle 1, V \rangle$ à $succ_i$

Réception du message $\langle 2, V \rangle \rightarrow$

1. si ($etat_i == actif$) alors
 - (a) si $voisin_i > V$ et $voisin_i > max_i$ alors
 - i. $max_i \leftarrow voisin_i$
 - ii. envoyer $\langle 1, max_i \rangle$ à $succ_i$
 - (b) Sinon $etat_i \leftarrow passif$;
2. sinon envoyer ($\langle 2, V \rangle$) à $succ_i$

Question 1 : Appliquer cet algorithme sur un exemple sur un anneau d'au moins 4 sites sachant qu'un seul processeur initie l'élection.

Question 2 : A quoi servent les variables locales max_i , $etat_i$, $voisin_i$ du site i ? A quoi servent les deux messages ?

Question 3 : Par qui peut être proclamé le résultat ?

Question 4 : Quelle est la complexité de l'algorithme en nombre de messages (au pire des cas) lors que tous les sites commencent l'élection en même temps ?

Exercice : élection dans un anneau bidirectionnel.

Le réseau est organisé en cycle bidirectionnel : les communications élémentaires entre sites voisins sont des communications allant de i à $i + 1$ et allant de i à $i - 1$ (modulo n).

Algorithme 1

L'algorithme proposé marche par phase et est basé sur le filtrage. Les sites peuvent être dans deux états PERDANT ou ACTIF. Lorsqu'un site reçoit un message contenant une valeur plus grande, il devient perdant.

A chaque phase j , les sites encore actifs envoient leur valeur à une distance de 2^j d'eux. Lorsqu'un site actif reçoit un tel message, il devient perdant si la valeur reçue est supérieure à la sienne sinon il passe à la phase suivante.

Nous allons supposer ici que le réseau est synchrone par phase. C'est-à-dire que les actifs au début de la phase j commencent tous en même temps à exécuter les opérations de cette phase.

1. Donner un exemple d'exécution sur un anneau de 8 sommets.
2. Après la phase j , quelle est la distance minimale entre les deux sites actifs ?
3. Combien y a-t-il de phases ?
4. Donner le nombre de messages échangés.
5. Qui connaît le gagnant ?
6. Donner l'algorithme.
7. Quel est l'inconvénient sur le nombre de messages

Algorithme 2

Voici un algorithme d'élection :

```
Lors du r{\e}veil du site i
  {\e}tat(i) :=actif ;
  tant que ({\e}tat(i) ==actif) faire
    envoyer(val(i)) {\a} gauche
    envoyer(val(i)) {\a} droite
    Attendre un message Val(g) venant de gauche ;
    Attendre un message Val(d) venant de droite ;
    V:=max{Val(g), Val(d)};
    si ( V >= val(i)) alors {\e}tat(i) :=passif ;
  si ( V == val(i)) alors
    gagnant(i)=i ;
    Pr{\e}venir les autres sites.
  sinon faire suivre tous les messages.
```

1. En quoi cet algorithme est-il différent du précédent ? Peut-on remplacer \geq par $>$?
2. En déduire le nombre de messages échangés pendant l'algorithme.

Election dans un arbre.

Nous allons considérer un algorithme d'élection sur l'arbre. Il est décomposé en deux phases. La première phase est une phase de réveil. La seconde phase correspond à la phase de calcul de leader des feuilles à la racine tel que un site donne le résultat à son père lors qu'il connaît la valeur maximum de son sous-arbre. Voici la description plus précise de cet algorithme :

1. Réveiller tous les sommets à partir d'un seul un initiateur. Le sommet initiateur sera la racine.
2. Calculer la plus grande étiquette de l'arbre (le gagnant étant le sommet qui possède cette étiquette). Pour cela :
 - (a) Faire un parcours des feuilles vers l'intérieur de l'arbre en calculant la plus petite étiquette au fur et à mesure.
 - (b) Propager le résultat de l'élection de voisin en voisin. Si un sommet reçoit son étiquette, il se déclare vainqueur, sinon perdant.

Question : Ecrire de façon formelle cet algorithme.

Question : Proposez une exécution possible sur l'arbre de la figure 1.

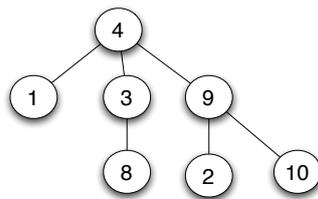


FIGURE 1 – Arbre de 8 sommets

Question : En utilisant l'algorithme vu en cours et celui ci-dessus , écrire un algorithme d'élection à un seul initiateur sur une topologie arbitraire

Question : Ecrire un algorithme réparti qui vérifie si le réseau est un arbre.