

TD n° 3

1 Logiques d'arbres

1. Définir les concepts suivants en MSO (ou FO, les quantifications du second ordre n'étant pas toujours nécessaires). On supposera que l'on est sur un alphabet $\Sigma = \{f^2, g^2, a, b\}$.
 - (a) Un prédicat $racine(x)$ valant vrai si x est la racine de l'arbre et faux sinon
 - (b) Le langage des arbres ne contenant que des nœuds internes f et des feuilles a .
 - (c) Le langage des arbres où tout chemin contient au moins deux f .
 - (d) Le langage des arbres ayant exactement un a dans leurs feuilles.

Il pourra être utile de définir des prédicats auxiliaires et de les utiliser comme des « macros »

2. Pour les cas (b), (c), (d) de l'exercice 1, donner un automate d'arbre reconnaissant le langage. L'automate devra être déterministe descendant lorsque cela est possible.
3. On considère l'alphabet $\{a^2, b^2, c^2, d^2, \#\}$. Donner les prédicats suivants :
 - $P(x, y)$ il existe un chemin entre le nœud x et le nœud y passant par des nœuds de symbole a, b, c, d dans cet ordre (i.e. il y a 4 nœuds sur le chemin entre x et y)
 - $Q(x, Y)$ Y est l'ensemble de tous les nœuds séparés de x par un chemin comme celui de la question (a)
 - $R(x, y)$ il existe un unique chemin comme dans la question (a)