Programmation Fonctionnelle Avancée

Cours 11

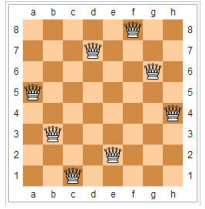
kn@lmf.cnrs.fr
https://usr.lmf.cnrs.fr/~kn

université
PARIS-SACLAY

Problèmes de satisfaction

De nombreux problèmes algorithmiques peuvent être vus comme de problèmes de recherche d'une « solution » parmi un espace de valeur potentiellement grand

- Placer N reines sur un échiquier
- Compléter une grille de sudoku
- Trouver tous les mots sur une grille de Boggle
- Résoudre le problème du « compte est bon »
- Résoudre un casse tête (comme Rush Hour™)



Trop de solutions ?

Pour tout ces problèmes, énumérer de façon exhaustive toutes les configurations possibles, puis vérifier pour chaque configuration si celle-ci est une solution est trop coûteux

On présente une méthode systématique qui permet, dans de nombreux cas, de trouver une solution « rapidement ».

Pour chaque problème précis, on peut ensuite optimiser cette solution systématique.

Retour arrière

La technique de recherche avec retour arrière (*backtracking*) consiste à partir d'un du problème initial et à s'en rapprocher récursivement (en faisant diminuer une certaine mesure, ce qui va assurer que l'on termine).

Pour se « rapprocher », on essaye toutes les façons d'avancer « en un coup » vers la solution

Pour chacune d'elle, si c'est un morceaux de solution valide, alors on s'appelle récursivement sur la nouvelle configuration, sinon on passe à la suivante sans explorer plus ce début de solution.

Retour arrière (2)

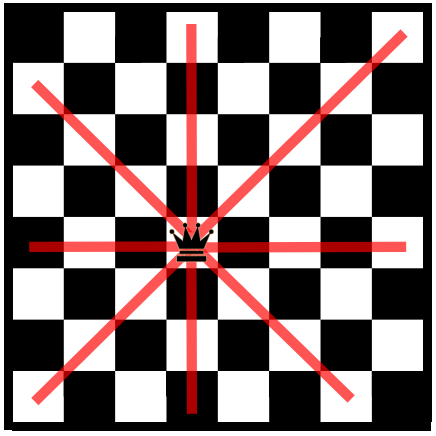
La recherche avec retour arrière consiste à parcourir l'arbre de toutes les configurations possibles en profondeur. Cependant, lorsque l'on détecte que la configuration courante ne peut déjà pas mener à une solution, on évite de parcourir le sous-arbre correspondant.

On illustre cette technique avec deux problèmes différents

Étude de cas 1 : problème des N reines

Étant donné un échiquier de taille N×N, comment placer dessus N reines de façon à ce qu'aucune ne soit en prise.

Rappel: aux échecs, une reine peut capturer à n'importe quelle distance en ligne, en colonne et en diagonale.



Méthode générale

On utilise l'approche récursive suivante. Pour placer N reines

- Si on a posé toutes les reines, alors l'échiquier est une solution
- Sinon, *pour toute case libre* `c`
  - si c n'est pas une case capturée*:
    - placer une reine sur `c`
    - se rappeler récursivement avec (N-1) reine à placer
  - sinon, considérer la case suivante**

La ligne ** effectue le retour arrière.

La ligne * est un endroit où on pourra mettre une optimisation spécifique

Illustration (1/2)

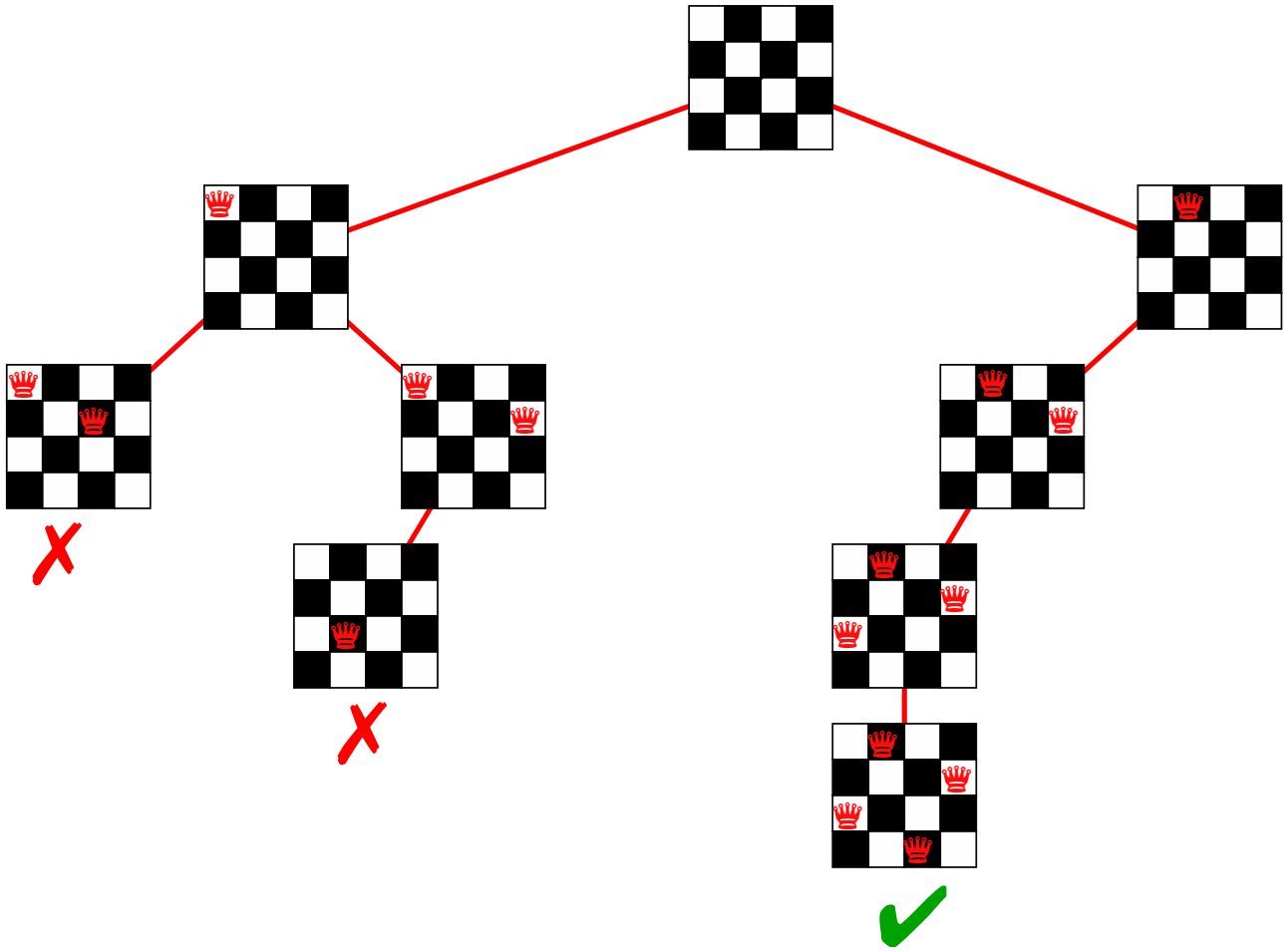
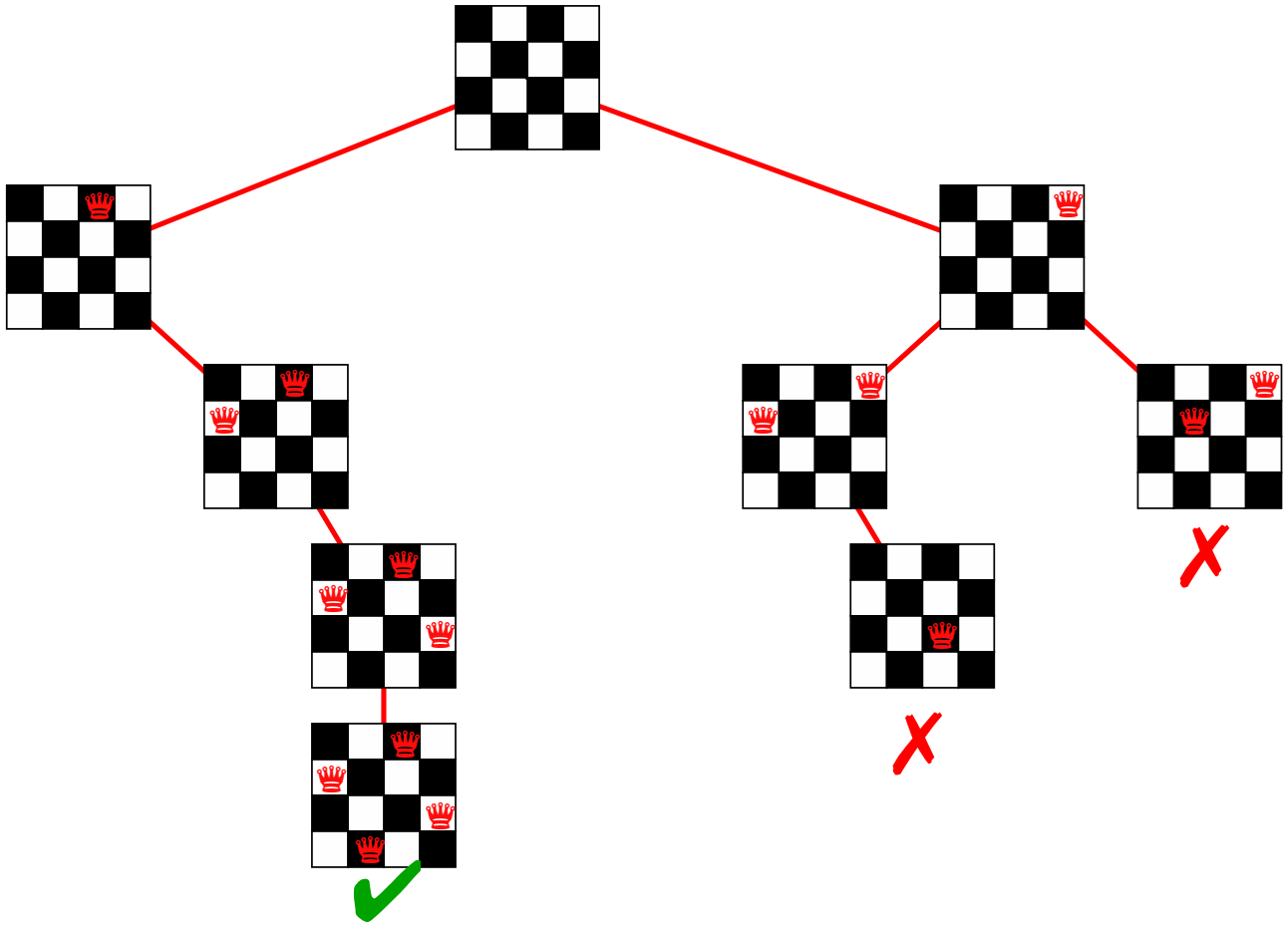


Illustration (2/2)



On écrit le code maintenant

On réfléchit ensemble à l'implémentation.

On finira en TP et on verra d'autres variations (compter les solutions, tirer aléatoirement une solution, ...).
Comme toujours :

- On réfléchit aux types manipulé
- On essaye d'écrire la solution générale en pseudo-code (ou en OCaml avec des trous)
- Puis, on rafine jusqu'à obtention de la solution