ECOLE POLYTECHNIQUE, PROMOTION X-96

RAPPORT DE STAGE D'OPTION SCIENTIFIQUE

Hadrien DEVICHI

# Coévolution et comportement coopératif

Option : Informatique

Département de Mathématiques Appliquées

Directeur de l'option : M. Jean-Marc STEYAERT

Organisme d'accueil : CMAP, Ecole Polytechnique

Directeur de stage : Michèle Sebag

Dates du stage : 12 Avril 1999 au 2 Juillet 1999

**Résumé**

Nous nous intéressons aux situations d'interaction où la recherche par chacun de son avantage individuel ne conduit pas naturellement à l'optimum collectif.

La situation considérée est celle d'un ensemble d'automobilistes naviguant sur un réseau routier dont la capacité est insuffisante : si les automobilistes choisissent tous le chemin le plus court, le réseau s'engorge et les temps de transport deviennent prohibitifs.

La question abordée est la suivante : quel devrait être l'objectif individuel, pour garantir une situation collective acceptable, e.g. mesurée par la somme des temps de transport ? Nous avons considéré trois facteurs : la rationnalité primaire (minimiser la distance parcourue), la rationnalité secondaire (minimiser le temps de transport effectué) et enfin un critère d'inspiration "altruiste" (apport marginal de l'individu au bien collectif). L'objectif d'un individu devient alors de minimiser une somme pondérée des facteurs ci-dessus.

Les algorithmes d'évolution sont utilisés pour simuler le comportement et l'adaptation des individus aux objectifs qui leur sont fixés et au comportement des autres individus. Le point de vue adopté est celui d'individus autonomes (mais disposant d'une information complète), par opposition à celui d'une population gérée par un planificateur central.

Les résultats expérimentaux montrent que :

1. Comme il était prévisible, la satisfaction collective est extrêmement basse si les individus suivent leur rationnalité primaire (minimisant gloutonnement la distance parcourue).
2. La satisfaction collective est haute si les individus suivent leur rationnalité secondaire (informée), *mais elle n'est pas optimale* : il faut que la rationnalité secondaire soit teintée d'"altruisme" pour atteindre un niveau de satisfaction collective très elevé.
3. Cependant, lorsque le niveau d'altruisme est trop elevé, de manière inattendue, la satisfaction collective baisse à nouveau.
4. Enfin, si les individus sont essentiellement guidés par leur rationnalité primaire, il suffit d'une faible composante d'altruisme, pour empêcher la satisfaction collective de descendre vers les minima enregistrés en 1.

## Abstract

The presented work is concerned with non zero-sum games, where the optimal collective fitness does not necessarily result of all players optimizing their personal fitness. The Iterated Prisoners Dilemma, for instance, is such a game.

We focus here on car-driving and traffic jams : individual players are car-drivers, all driving from a given city $A$ to another given city $B$, on a road network. We consider a road network with insufficient capacity. If all drivers aim at minimizing their drive distance, this results in overloading the network: traffic jams arise, and the transport duration becomes terrible.

The main point concerns the individual motivation: what should it be in order to ensure the population satisfaction (computed as the sum of all transport durations) ? We considered several criteria: basic rationality (modelled as: *minimize the distance*), elaborate rationality (modelled as: *minimize the duration*), and "altruism" (modelled as: *maximize the marginal impact of the individual on the collective satisfaction*). The individual motivation, also called *fitness function*, is modelled as a weighted sum of the above (distance, duration and marginal impact), to be minimized.

We adopt an experimental, rather than a theoretical approach, to determine the global population state resulting from individual motivations. Practically, the global state is obtained by using a co-evolution algorithm based on the above fitness function. Co-evolution accurately accounts for typical human trends: anticipation of and adaptation to other players behavior. In this model, the players are autonomous individuals, independently optimizing their satisfaction, to be contrasted with other global planification-based approaches.

Some lessons are offered by experimental results:

1. As expected, the collective satisfaction is very low if individuals are guided from their basic rationality (greedily optimizing the driven distance).
2. Collective satisfaction is much higher if individuals follow their elaborate rationality. Still, elaborate rationality standalone does not lead the ensemble to an optimal state: the individual fitness must be a mixture of elaborate rationality and altruism in order for the population to reach a high level of satisfaction.
3. Unexpectedly, if the degree of altruism involved in the individual fitness is too high, the collective satisfaction decreases.
4. Last, if individuals are mostly guided from their basic rationality, a little amount of altruism is sufficient to spare the ensemble the low collective satisfaction observed in 1.

# Table des matières

# Chapitre 1

# Introduction

## 1.1 Le contexte

La théorie classique de l'économie de marché est illustrée par la métaphore de la *main invisible*, présente dans le texte fondateur d'Adam Smith :

> [chaque individu] ne pense qu'à son propre gain; en cela, comme dans beaucoup d'autres cas, il est conduit par une *main invisible* à remplir une fin qui n'entre nullement dans ses intentions ; et ce n'est pas toujours ce qu'il y a de plus mal pour la société, que cette fin n'entre pour rien dans ses intentions. Tout en ne cherchant que son intérêt personnel, il travaille souvent d'une manière bien plus efficace pour l'intérêt de la société, que s'il avait réellement pour but d'y travailler.

En terme de Théorie des Jeux [vNJ44], cette métaphore correspond à un système où l'optimum collectif et global coincide avec l'optimum individuel : chaque individu est alors assuré, en optimisant son intérêt personnel, d'oeuvrer pour le bien de tous. Il n'est ainsi nul besoin d'une vision globale du système[1].

Cependant, il existe des situations de jeu, ou d'échange, où l'optimum collectif ne coincide pas avec l'optimum individuel. Le prototype d'une telle situation est le dilemme des prisonniers[2], qui a été étudié de façon approfondie dans les dernières années [Axe92, Del93], comme modèle exemplaire des situations d'affrontement économique ou politique. Il existe bien d'autres cas de figure (par exemple la "Tragedy of the Commons", le paradoxe de Braess qui sera repris dans la suite de ce travail) qui vérifient les mêmes propriétés formelles que le dilemme des prisonniers, à savoir le fait que l'optimum global n'est pas

1. Selon Schelling [Sch80], l'économie de marché est un cas particulier où optimum collectif et individuel se rencontrent puisque toutes les transactions sont réalisées entre individus volontaires. Ainsi A vend un bien à B si et seulement si les deux s'accordent sur la transaction. De plus, les transactions considérées ne lèsent aucun tiers — au cas contraire, l'organisation juridique, commerciale, etc, de la société permettrait aux tiers de s'y opposer.

2. Un juge appelle deux prisonniers, et leur dit : *Vous avez le choix entre avouer ou nier. Si vous niez tous les deux, vous aurez tous les deux un an de prison ; si vous avouez tous les deux, vous aurez tous les deux cinq ans de prison. Mais, si un seul d'entre vous avoue, je le mettrai en liberté pour reconnaître sa bonne volonté et l'autre écopera de vingt ans de prison. Retournez chacun dans votre cellule, interdiction de communiquer entre vous, et vous me donnerez demain votre réponse.* L'optimum global (instable) est obtenu si les deux prisonniers décident de nier. Mais si l'un des prisonniers décide de nier, l'autre a intérêt à avouer. Ainsi, l'optimum stable est obtenu si les deux prisonniers avouent ; et cette situation est, du point de vue collectif, un optimum local.

stable : il existe au moins un joueur qui pourrait obtenir un gain supérieur en changeant de choix ; et si chaque joueur optimise son choix, l'ensemble des joueurs atteint un optimum local.

Pour échapper à l'attraction de l'optimum local, les joueurs doivent disposer d'une information globale sur le jeu, soit qu'ils l'inscrivent dans un contexte plus large, comme le fait d'itérer l'échange, soit qu'ils disposent d'information *a priori* contraignant leur choix[3].

## 1.2 Objectif

Nous nous intéressons aux jeux où l'axiome de rationalité individuelle qui sous-tend la Théorie des Jeux échoue (dans le sens où il ne conduit pas à l'optimum global).

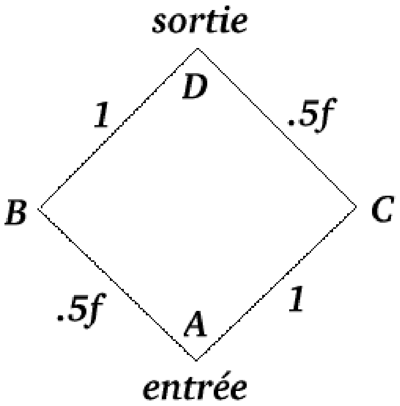
Notre objectif est d'étudier les moyens dont disposent les joueurs pour atteindre *collectivement* l'optimum global, et plus précisément, l'information globale minimum dont ils doivent individuellement disposer pour échapper à l'optimum local.

Cependant, par opposition à [DW99], nous supposons l'autonomie de chaque joueur, i.e. l'absence d'un planificateur global fixant les actions de chacun pour aboutir au bien de tous.

## 1.3 Un problème : Trafic routier et embouteillages

Pour fixer les idées, nous considérerons le problème classique du trafic routier et des embouteillages : chacun voulant arriver rapidement à destination emprunte de préférence des routes directes, qui se trouvent ainsi embouteillées, ce qui allonge le temps de transport de tous. Le paradoxe, connu sous le nom de *paradoxe de Braess*, surgit lorsque la création d'une route nouvelle augmente l'embouteillage au lieu de le résorber.

3. Ainsi, dans le contexte du dilemme des prisonniers, l'option *avouer/trahir* peut être interdite par une règle d'ordre supérieur, par exemple la loi du milieu.




Considérons les automobilistes allant de $A$ en $D$. En l'absence de la route de traverse BC, le flux se divise également entre les chemins AB-BD et AC-CD. L'existence de BC, reliant les voies AB et CD, induit les automobilistes à optimiser leur trajet, en prenant *tous* l'itinéraire AB-BC-CD. La saturation de ces segments induit alors, *pour tous*, une augmentation des temps de transport (si la longueur du nouvel axe est bien choisie). La création d'un nouvel axe routier augmente ainsi l'embouteillage au lieu de le résorber[4].

La modélisation d'un tel phénomène se heurte à plusieurs difficultés.

- Tout d'abord, le temps de transport varie de façon hautement non linéaire en fonction de la saturation des axes routiers. La fluidité d'un axe varie de façon abrupte en fonction du nombre de véhicules présent ; il suffit d'une augmentation de 10% du nombre de véhicules pour passer d'un trafic dense mais fluide, à la prise en masse du trafic.
- En second lieu, les automobilistes (les joueurs) déterminent leur itinéraire en tenant compte de l'histoire du processus : ils essaieront d'éviter les choix précédents les ayant conduit à l'échec (à l'embouteillage).
- En troisième lieu, le fait qu'un choix donné soit un échec n'est pas intrinsèque mais dépend de tous les choix faits par les autres joueurs : les joueurs s'influençant les uns les autres en permanence, l'état stable du système est décrit comme un point fixe.
- Enfin, les joueurs ne sont pas rationnels, au sens où ils n'explorent pas nécessairement l'ensemble des stratégies possibles[5].

4. Formellement, les arcs AC et BD ont un coût fixe de 1 (c'est à dire une grande capacité), les autres ont un coût dépendant de la fraction $f$ de la population qui les traverse (coût $.5 * f$). Les usagers se répartissent également entre les routes qui sont toutes les deux équivalentes.

Si l'on rajoute un arc BC de longueur $x$ assez court (par exemple $1/4 < x < 1/2$), les usagers vont rationnellement choisir le chemin ABCD, ce qui résultera en un temps de parcours pour tous de $1 + x$. Le coût empire ainsi, par rapport à l'état antérieur où le coût moyen était de 1,25.

5. En particulier, les joueurs humains n'ont pas accès à des choix *vraiment* aléatoires, ce qui leur interdit l'usage de stratégies mixtes.

## 1.4 Modélisation proposéee : La co-évolution des automobilistes

Nous inspirant de travaux antérieurs relatifs au paradoxe de Braess [Aro97], nous utiliserons le cadre des algorithmes d'évolution pour étudier le comportement d'une population d'individus automobilistes.

Les algorithmes d'évolution, dont les plus connus sont les algorithmes génétiques [Hol75, Gol89], sont des algorithmes d'optimisation stochastiques librement inspirés de l'évolution darwinienne des populations biologiques (chapitre 2). L'adaptation d'un "individu" $X$ est mesurée par $\mathcal{F}(X)$, où $\mathcal{F}$ désigne la fonction dont on cherche l'optimum. Conformément au credo darwinien, le but de l'évolution artificielle est d'assurer "l'émergence et la survie des plus aptes", i.e. des optima de $\mathcal{F}$.

Nous adapterons le cadre des algorithmes d'évolution à notre étude, à deux niveaux. Tout d'abord, la performance ( ou fitness dans la littérature anglo-saxonne), d'un automobiliste $X$, est clairement définie en fonction des autres individus de la population ; dans ce sens, il s'agit stricto sensu de co-évolution artificielle, plutot que d'évolution artificielle.

Mais surtout, notre objectif essentiel est de déterminer quelle est la fonction $\mathcal{F}$ que doivent essayer d'optimiser individuellement les automobilistes, pour que l'état collectif (mesuré par exemple comme la somme des temps de transport des individus) corresponde à un niveau de satisfaction raisonnable. Par rapport à la co-évolution classique [Hil92] (trouver la population optimisant collectivement un critère $\mathcal{F}$), notre approche est de type Problème Inverse (trouver $\mathcal{F}$, telle que, si chaque individu essaye d'optimiser $\mathcal{F}$, l'ensemble des individus se trouve dans un "bon" optimum).
En termes métaphoriques, notre but est ainsi de déterminer comment modifier la règle du jeu dans une situation de jeu paradoxal, de façon à garantir que l'ensemble des joueurs se dirige vers l'optimum global : notre but est de permettre le retour de la main invisible d'Adam Smith.

## 1.5 Plan de ce document

Dans le chapitre 2, nous présentons rapidement le principe des algorithmes d'évolution.

Cette présentation permettra de situer les choix de modélisation (représentation des individus automobilistes et des opérateurs d'évolution), décrits au chapitre 3.

Le chapitre 4 est consacré à la fonction de satisfaction des individus, qui fait intervenir des facteurs objectifs (distance parcourue, temps de transport effectué) ainsi qu'un facteur subjectif, nommé *altruisme* pour fixer les idées, et défini comme l'apport marginal de l'individu à la satisfaction globale de la population.

Le chapitre 5 présente et discute les simulations effectuées. Le niveau de satisfaction de la population est étudié en fonction des traits objectifs et subjectifs des individus.

En conclusion, nous récapitulons les limites de notre approche, ainsi que les résultats obtenus dans ce cadre. Ce travail ouvre de nombreuses perspectives en termes de compréhension du jeu économique, dans la mesure où la co-évolution permet de modéliser souplement les phénomènes d'anticipation et l'opportunisme des acteurs, sans devoir supposer que les acteurs soient parfaitement rationnels au sens de la théorie des jeux.

Les notes relatives à l'implémentation des différents algorithmes, ainsi que le détail des paramètres du simulateur, figurent en annexe du présent document.

# Chapitre 2

# Les outils utilisés

## 2.1 Les algorithmes d'évolution

### 2.1.1 Présentation

Les algorithmes d'évolution (AEs), dont les algorithmes génétiques sont les représentants les plus connus, sont des méthodes d'optimisation stochastiques qui suscitent actuellement un interêt certain.

$$\text{Trouver argmax } (\mathcal{F}), \qquad \mathcal{F} : \Omega \mapsto \mathbb{R}$$

Les AEs s'inspirent de l'évolution darwinienne des populations biologiques, et cherchent à reproduire en machine le mécanisme central, darwinien, d'émergence et de survie des individus les plus adaptés au milieu.

Si l'adaptation d'un individu $X$ (point de $\Omega$) est mesurée par $\mathcal{F}(X)$, les individus les plus aptes sont en effet par construction les optima de $\mathcal{F}$ : dans ce sens, l'évolution artificielle permet alors de déterminer les optima de $\mathcal{F}$.

Les principaux avantages des algorithmes d'évolution sont les suivants :

- Ils sont applicables dans de nombreux cas où les méthodes d'optimisation mathématique classiques ne le sont pas : en effet ils permettent d'optimiser des fonctions $\mathcal{F}$ non convexes, non dérivables, non continues, ou qui sont non explicites, c'est à dire simplement décrites sous formes de programme. Ils permettent ainsi de s'attaquer à nombre de problèmes précédemment hors d'atteinte.
- Ces méthodes sont extrêmement coûteuses en temps, mais elles deviennent de plus en plus abordables avec la montée en puissance des ordinateurs. Par ailleurs, elles sont intrinsèquement parallélisables.
- L'analogie avec les méthodes de la biologie est une source inépuisable d'inspiration et d'heuristiques.

Les algorithmes d'évolution sont historiquement regroupés en trois familles (voir [eMS97] pour plus de détails) :

- Les algorithmes génétiques "classiques", qui considèrent traditionnellement un espace de recherche binaire [Hol75, Gol89]:

$$\mathcal{F} : \{0,1\}^N \mapsto \mathbb{R}$$

- Les stratégies d'évolution, qui s'intéressent à l'optimisation paramétrique [BRS93, BHS91]:
$$\mathcal{F} : \mathbb{R}^N \mapsto \mathbb{R}$$
- La Programmation évolutive, où l'espace de recherche $\Omega$ est un espace d'automates à état finis [Fog92, Fog95].

Ces différentes approches sont apparues vers la fin des années 60, simultanément aux Etats-Unis (AG et PE) et en Allemagne (ES). Au delà de leurs différences, elles obéissent à des principes similaires, que nous allons décrire au paragraphe suivant.

### 2.1.2 Principes de l'évolution artificielle

L'espace de recherche noté $\Omega$ correspond au domaine du problème d'optimisation. Sur cet espace est définie une fonction $\mathcal{F}$ appelée *performance* (ou fitness). Sans perte de généralité, on s'intéresse à l'optimisation de $\mathcal{F}$.

Un élément de $\Omega$ est appelé *individu.* Une *population* est un ensemble de $P$ individus. L'ensemble des opérations permettant de passer de la population $\Pi_t$ à la population suivante $\Pi_{t+1}$ est appelé *génération.* L'évolution détermine une population initiale $\Pi_0$, puis itère un certain nombre de générations, jusqu'à ce que le critère d'arrêt soit satisfait, ou que les ressources allouées soient épuisées, selon le schéma suivant :

1. **Initialisation**
   La population est en général créee aléatoirement, le but étant d'échantillonner uniformément l'espace de recherche $\Omega$.
   La population initiale peut également être créee en respectant des critères spécifiques, donnés par l'utilisateur ; elle peut aussi être déterminée conformément aux connaissances a priori sur le problème.
   Le nombre de générations est initialisé à 0.
2. **Evaluation**
   La performance de tous les individus de la population courante est calculée. Le critère d'arrêt est testé ; il s'agit en général d'une limite sur le nombre total de générations effectuées, ou le nombre de générations depuis la dernière amélioration.
3. **Selection**
   Les individus déclarés aptes à survivre et devant former la base de la génération précédente sont déterminés ; ils sont appelés *parents.*
4. **Opérateurs**
   Les parents sélectionnés subissent l'action des opérateurs d'évolution: croisement et mutation. Cette étape produit de nouveaux individus, appelés *enfants.*
5. **Remplacement**
   Certains individus de la population précédente sont remplacés par les enfants.
   Le nombre de générations est incrémenté.
   Retour à l'étape 2.

Une question centrale pour l'évolution est connue sous le nom du Dilemme *Exploration versus Exploitation* [Gol89]. L'évolution est en effet censée explorer le voisinage des bons individus découverts (exploitation). Elle doit par ailleurs explorer les régions non encore considérées : un taux d'exploration suffisamment elevé est une condition nécessaire pour

l'obtention de l'optimum global.
Si l'exploitation prend le dessus (ce qui se produit par exemple si le taux de sélection est trop important), la convergence est prématurée et s'enlise dans un optimum local. Si l'exploration prend le dessus, l'évolution se comporte comme une marche aléatoire, et la convergence ne se produit pas.

Ainsi, les algorithmes d'évolution font intervenir de nombreux choix et demandent donc le réglage de nombreux paramètres :

- quelle doit être la taille de la population? combien d'individus doivent être remplacés à chaque génération?
- comment doivent être choisis les élus: à la roulette, par tournoi, de manière déterministe?
- comment doivent opérer les opérateurs? Il faut garder à l'esprit que l'on veut explorer le mieux possible l'espace de recherche, sans détruire les bons résultats déjà obtenus.
- comment initialiser la population?
- quelle doit être la part respective des mutations, des croisements?

Les réponses à ces questions commandent la qualité des résultats obtenus, voire la convergence de l'évolution. Les résultats théoriques disponibles à ce jour (voir par exemple [Cer94]) notamment concernant la taille critique de la population, ne donnent pas d'indications réalistes du point de vue informatique. (La situation est comparable à celle du recuit simulé, la pratique informatique s'écartant sensiblement des conditions sous lesquelles les résultats théoriques sont obtenus).

## 2.2 Implémentation

Nous sommes parti de la librairie EvolC écrite en $C^{++}$ par Marc Schoenauer du Centre de Mathématiques Appliquées.

EvolC est une boite à outils conçue pour programmer des algorithmes d'évolution ; elle comprend la plupart des outils appartenant à l'un ou l'autre des courants de l'évolution, i.e. algorithmes génétiques, stratégie d'évolution ou programmation évolutive. Une documentation de programmation est disponible [Lam95].

Dans le cas de problèmes "classiques" (optimisation sur $\mathbb{R}^N$ ou $\{0,1\}^N$, la programmation est possible en assemblant les briques de base d'EvolC, et ne demande que l'écriture de la fonction $\mathcal{F}$ à optimiser.

Dans notre cas, la réecriture de plusieurs briques de base a été nécessaire :

- Le contexte est celui de la co-évolution et non de l'évolution (une approche de type évolution conduit à l'échec, ainsi que le remarque [Aro97]). Pratiquement, la performance d'un individu dépend de tous les autres individus présents dans la population. Ceci nous entraine à reconsidérer les étapes de sélection et de remplacement (voir le chapitre 3).
- La structure des individus (l'espace de recherche $\Omega$) est particulière ; il faut donc concevoir des opérateurs d'évolution ad hoc, que nous détaillerons au chapitre 3.

### 2.2.1 Conclusion partielle

Les algorithmes d'évolution correspondent à des méthodes d'optimisation extrêmement flexibles, susceptibles de travailler dans des espaces de recherche divers (allant de $\mathbb{R}^N$ à des espaces d'arbres ou de graphes) et d'optimiser des fonctions peu régulières.

Cette flexibilité a un prix : il faut que la modélisation du problème posé reflète au mieux les contraintes du domaine ; en particulier, il faut réfléchir à la notion d'individus admissibles, comme nous le verrons au chapitre suivant. En second lieu, il est de loin préférable que les opérateurs d'évolution reflètent les connaissances a priori sur le domaine. En résumé, il faut une représentation et des opérateurs d'évolution sur mesure.

Au cas contraire, c'est à dire si l'on force une représentation standard du problème, (par exemple binaire) pour reprendre au moindre coût les algorithmes généralistes (par exemple, tels que donnés en [Gol89]), il faut s'attendre à deux types de déceptions :

- Si le problème considéré pouvait être résolu par un algorithme déterministe, on constate qu'une résolution de type évolution est plus coûteuse en temps calcul, d'un ou plusieurs ordres de grandeur ;
- Dans tous les cas, les résultats obtenus (en termes de qualité des optima) sont en général décevants.

En résumé, les algorithmes d'évolution ne doivent pas être considérés comme une panacée, dans le sens où ils ne permettent pas d'obtenir des résultats satisfaisants sans travailler.

La clé du succès réside au contraire dans une modélisation soigneuse du domaine et des opérateurs.

Pour plus de détails sur les algorithmes d'évolution en général, le lecteur pourra se reporter à [Sch97] et [eMS97] dont cette courte présentation est inspirée.

# Chapitre 3

# Poser le problème

Ce chapitre est consacré à la modélisation du comportement d'un ensemble d'automobilistes face à un réseau routier, dans le cadre des algorithmes d'évolution.

Nous présentons et discutons les choix effectués en termes de représentation des individus, de conception des opérateurs d'évolution, ainsi que les schémas d'évolution.

## 3.1 Du problème à l'individu

Traditionnellement, les algorithmes génétiques s'intéressent à l'optimisation de fonctions $\mathcal{F}$ définies sur un espace binaire $\{0,1\}^N$; cette modélisation est adaptée à l'apprentissage de règles (présence ou absence d'une condition), à l'optimisation combinatoire (présence ou absence d'une caractéristique), etc.

Les stratégies d'évolution considèrent des fonctions $\mathcal{F}$ définies sur un espace réel $\mathbb{R}^N$. La plupart des problèmes d'ingénieur peuvent en effet être posés comme des problèmes d'optimisation paramétrique.

Cependant, ces deux modélisations sont relativement inadaptées au problème qui nous intéresse : un individu de l'évolution représente ici un automobiliste face à une carte routière, et désirant aller d'une ville A dans une ville B.

Nous avons tout d'abord pensé représenter l'individu par sa fonction de décision : cette fonction de décision, prenant en entrée le lieu courant de l'individu et l'occupation du réseau routier, détermine la direction choisie, et fait ainsi progresser l'individu jusqu'à ce qu'il arrive à la destination choisie.

Pour des raisons de temps, cette modélisation a été abandonnée au profit d'une plus simple : l'automobiliste n'est plus assimilé à sa fonction de décision, mais au résultat de cette fonction de décision, à savoir l'itinéraire choisi.

Cette modélisation de plus bas niveau n'implique pas cependant que les choix soient figés. En effet, dans le cadre de l'évolution, les itinéraires considérés comme satisfaisants (la fonction de satisfaction sera abordée au chapitre 4) se multiplient, et les itinéraires non satisfaisants (relativement aux autres) sont progressivement abandonnés.

Ainsi, la rationnalité ne se situe pas au niveau de l'individu, mais au niveau de l'évolution : c'est par l'intermédiaire de la sélection et de la reproduction que les choix heureux sont renforcés, et les choix malheureux, abandonnés.

Nous considérerons une fonction de satisfaction $\mathcal{F}$ unique, partagée par tous les individus, et permettant ainsi d'évaluer tous les itinéraires dans la population courante de manière identique.

## 3.2 L'espace de recherche

### 3.2.1 Structure

Ayant identifié l'individu à un chemin du graphe routier, cet individu se représente par une liste d'étapes, i.e. une séquence de villes ($A = A_0, \ldots, A_n = B$), où A représente la ville de départ et $B$ la ville d'arrivée.

Au prix d'une perte de généralité minime, nous supposons que tous les individus partent de la même ville $A$ et veulent arriver à la même ville $B$. Ceci correspond au fait de "geler" le traffic correspondant aux autres couples (origine−destination), pendant que l'on examine le traffic relatif à l'axe $A - B$.

Connaissant les itinéraires des différents individus, nous déterminons la charge des différents tronçons routiers (arcs du graphe). Nous négligeons dans le cadre de cette étude le différentiel de temps introduit par la longueur des différents tronçons, en supposant que l'individu automobiliste se trouve à tout moment simultanément sur tous les tronçons routiers de l'itinéraire qu'il a choisi.

L'occupation d'un arc $A_i - A_j$ du graphe routier est donc une constante entière, dépendant de la population courante : elle est définie par le nombre d'individus contenant cet arc dans leur description. Cette occupation définit le temps nécessaire à parcourir le tronçon $A_i - A_j$.

L'évaluation des individus d'une population se fait donc de manière globale :

- Tous les individus étant connus, la charge du graphe routier est déterminée ;
- Le temps de transport nécessaire pour parcourir tout arc $A_i - A_j$ est alors connu ;
- Le temps de transport mis par un individu quelconque est finalement obtenu en sommant les temps relatifs aux différentes étapes de son itinéraire.

### 3.2.2 Graphe routier et Propriétés

Un réseau routier est décrit de façon naturelle par un graphe[1]:

- Les noeuds du graphe correspondent aux villes, parmi lesquelles figurent les villes origine $A$ et destination $B$;
- Les arcs du graphe correspondent aux routes reliant ces villes. Chaque route est caractérisée par sa longueur et sa capacité.

.

La modélisation de chemins dans un graphe est délicate et elle a été abondamment étudiée, dans le cadre de l'évolution, pour les problèmes de voyageur de commerce.

En effet, il est possible de représenter un chemin comme une liste de noeuds du graphe, i.e. comme un élément de $\Omega = \{1,..,P\}^P$, si $P$ désigne le nombre de villes. Mais on voit alors que tout élément de $\Omega$ ne correspond pas nécessairement à un itinéraire admissible (il n'existe pas forcément de route entre deux noeuds quelconques du graphe).

1. **Remarque**. Cette modélisation est indépendante de l'échelle considérée : les noeuds origine et destination peuvent correspondre à des villes différentes, ou à des endroits différents d'une même ville. Dans le premier cas, les noeuds sont des villes et les arcs sont des routes ; dans le second cas, les noeuds sont des carrefours et les arcs sont des rues joignant les différents carrefours.

Il est également possible de représenter un chemin comme une liste d'arcs, i.e. comme un élément de $\Omega = \{0{,}1\}^K$, si $K$ désigne le nombre d'arcs. Mais, de même, un élément de $\Omega$ ne correspond pas nécessairement à un itinéraire admissible (le chemin n'est pas nécessairement connecté, ne part pas nécessairement de $A$ pour arriver en $B$).

Pour des raisons de taille mémoire, nous avons préféré représenter un chemin par une liste de villes (en $\mathcal{O}(P)$, si $P$ est le nombre de villes). La question essentielle est d'assurer la connexité du chemin, i.e. le fait que deux villes adjacentes sont dûment reliées par une route.

Le problème de se limiter au sous-espace admissible de $\Omega$ se simplifie en tenant compte d'autres exigences portant sur la description du graphe routier.
En effet, ce qui nous intéresse est d'étudier comment le partage des ressources du réseau (fonction du comportement et des objectifs individuels) peut conduire à un état collectivement satisfaisant.

Il faut donc, d'une part, que les ressources soient suffisamment limitées pour qu'un comportement "éclairé" soit nécessaire. Concrètement, il faut que le comportement naturel des automobilistes, à savoir choisir le chemin le plus court, ne conduise pas à l'optimum global en raison des embouteillages causés.

Il faut d'autre part, que les ressources soient suffisantes pour qu'un comportement "éclairé" de la part des automobilistes porte des fruits en termes de satisfaction globale (a contrario, s'il n'existe qu'une seule route saturée, nul comportement "éclairé" n'est possible).

Le réseau doit donc remplir les critères suivants:

- être propice à la création d'embouteillages.
- permettre aux individus d'échapper aux embouteillages si leur comportement est suffisamment élaboré.

Par ailleurs, il est souhaitable de définir une structure paramétrable du réseau, de façon à étudier l'influence de la taille du graphe sur les résultats obtenus.

### 3.2.3 Le modèle retenu

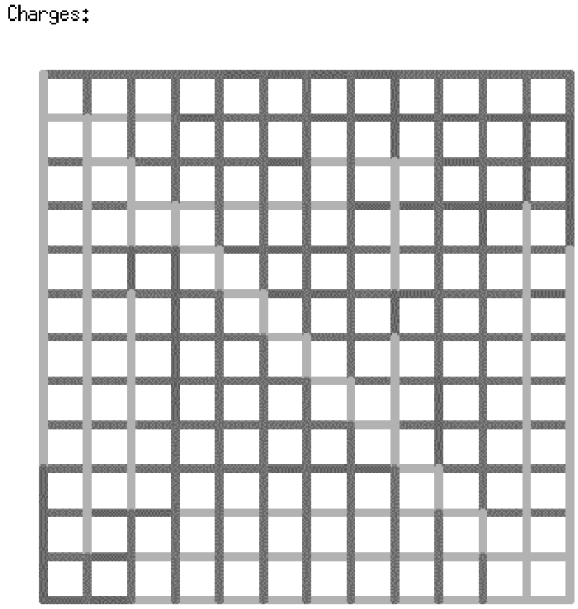
Pour toutes ces raisons, nous avons finalement choisi de faire circuler les automobilistes sur un réseau quadrillé de type Manhattan, les villes de départ et d'arrivée se situant aux extrémités diamétralement opposés du carré :

- La structure du réseau est paramétrable par le nombre de villes situées sur chaque côté du carré ;
- la densité des routes est suffisante pour garantir qu'il existe des trajets "proches" de tout trajet donné : chaque ville possède quatre villes voisines ;
- la capacité des routes est constante (une autre modélisation plus fidèle au paradoxe de Braess est considérée au chapitre 5) ;
- les routes diffèrent ainsi uniquement par leur longueur, qui croit géométriquement lorsqu'on s'éloigne de la diagonale du réseau ;
- le chemin le plus court correspond ainsi aux deux diagonales du réseau (comprenant tous les arcs de type $A_{i,i} - A_{i+1,i}$ et $A_{i,i} - A_{i,i+1}$) ; le comportement intuitif des automobilistes, choisir les chemins les plus courts, conduit donc de manière réaliste à embouteiller le coeur du réseau.

- cependant il reste à tout moment possible de s'échapper en "faisant le tour", au prix d'un allongement de la distance parcourue ;
- enfin, il est immédiat de tester qu'un chemin donné est admissible (connexe).

Comme nous le désirions, de tels réseaux routiers placent les individus en situation réaliste : l'alternative est de choisir entre des chemins courts (les diagonales centrales) et vraisemblablement encombrés, et des chemins dégagés mais sensiblements plus longs.

Voici à titre d'exemple le réseau (avec affichage des charges) copie d'écran d'un essai du programme:




### 3.2.4 Taille du réseau et taille de la population

Notons que la taille du réseau influe sur la taille de la population, i.e. le nombre d'individus concernés. En effet le réseau doit être saturé si l'on veut que des embouteillages apparaissent ; la population doit donc être suffisamment nombreuse. Inversement, une population trop nombreuse conduit à saturer tous les arcs et les améliorations sont alors hasardeuses.

La taille du réseau ne doit pas non plus être choisie aléatoirement, et ne doit pas en particulier être trop petite.

### 3.2.5 Implémentation

Concrétement, nous avons réalisé plusieurs programmes permettant de générer des réseaux. Un réseau est défini par le nombre des villes (sommets $A_i$ du graphe), le nombre et la liste des arcs (présence d'une route $(A_i,A_j)$), ainsi que la capacité de chaque arc[2].

Les informations décrivant un réseau sont stockés dans un fichier passé en paramètre au simulateur. Le format du fichier, ainsi que les paramètres du générateur de réseau sont donnés en annexe.

2. On donne également, pour toute paire $(A_i,A_j)$, les deux sommets les plus proches de $A_i$ dans la direction de $A_j$. Cette information permettra d'accélérer grandement les calculs lors de l'initialisation de la population, ou de l'application des opérateurs.

## 3.3 L'évolution

L'évolution fait intervenir deux types d'information : celle relative à la description des individus, appelée *information génotypique*; et celle relative à la performance des individus, codant la manifestation des individus dans le milieu, appelée *information phénotypique*.

Concrètement, l'évolution génotypique s'intéresse à la création et à la modification des individus.

L'évolution phénotypique s'intéresse à la survie des individus : elle concerne la sélection des individus en tant que parents, et le remplacement des individus par les enfants.

### 3.3.1 Evolution génotypique

**Initialisation de la population.**

L'initialisation de la population doit permettre de disposer dès le départ d'un ensemble d'individus suffisamment divers pour que le matériel génétique présent permette d'explorer de façon la plus uniforme possible l'espace de recherche. Pratiquement, nous cherchons ainsi un ensemble de chemins visitant l'ensemble des villes du réseau.

Le mécanisme choisi consiste à générer un chemin à partir de trois points : la ville origine $A$, la ville destination $B$ et une ville intermédiaire $I$, tirée avec une probabilité uniforme parmi les villes possibles ($A$ et $B$ exceptées). Connaissant ces trois points l'algorithme d'initialisation navigue dans le réseau de façon déterministe en utilisant les meilleurs successeurs pour aller de l'étape vers les deux extrémités du chemin.[3].

Le procédé appelle cependant une remarque. Si le point intermédiaire $I$ figure sur la diagonale du réseau, le chemin généré coïncide avec l'une des diagonales du réseau. Le chemin généré ne visite les "coins" du réseau opposés à $A$ et $B$, que dans un seul cas : celui où ces coins sont choisis comme point intermédiaire.
Les diagonales du réseau sont donc bien plus représentées dans la population initiale, que les bords du réseau (la probabilité étant d'ordre $1/\sqrt{N}$ pour les diagonales, si $N$ est le nombre de villes total, contre $1/N$ pour les bords).

La population initiale, quoique diversifiée, se trouve donc concentrée sur les chemins les plus courts. Cela reflète assez bien la répartition d'usagers de la route qui choisissent à priori les chemins les plus courts sans tenir compte dans un premier temps des éventuels embouteillages.

**Les opérateurs**

Les opérateurs d'évolution sont traditionnellement au nombre de deux: croisement et mutation. Ils doivent remplir deux rôles: l'exploration de nouvelles régions de l'espace de recherche, et l'exploitation des résultats déjà obtenus. Comme nous l'avons indiqué, il est difficile de maintenir l'équilibre entre exploitation et exploration.

3. Les trajets $A - I$ et $I - B$ sont définis en appelant itérativement la fonction $M(X,Y)$, *meilleur successeur de $X$ en direction de $Y$*:

$$I - B \rightarrow I - B_1 - B, \qquad B_1 = M(I,B)$$

### La mutation

De façon générale le rôle de la mutation est de créer des enfants en moyenne proches de leurs parents, ce qui assure le rôle d'exploitation des résultats : la mutation visite le voisinage des parents, donc l'optimisation locale des bons individus précédemment découverts.

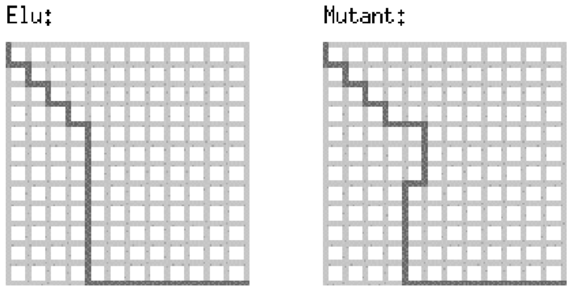
Cependant, la mutation doit aussi permettre de visiter *tout* l'espace de recherche. Il reste donc possible, quoique avec une probabilité très faible, d'obtenir à partir d'un parent quelconque, un enfant très éloigné dans l'espace de recherche. La mutation remplit donc également un rôle d'exploration.

Dans notre contexte, la mutation doit donc, à partir d'un chemin donné, aboutir en moyenne à un chemin voisin. Ce critère intuitif est cependant difficile à prendre en compte, les chemins étant décrits comme des tableaux d'entiers.

L'approche proposée est donc la suivante : un point $A_i$ est choisi avec une probabilité uniforme dans le chemin parent $A_0, \ldots, A_N$. Un segment $A_{i-k} - A_{i+l}$ englobant ce point est déterminé (la loi de l'indice $k$ est donnée par $\alpha^k$). Un point $B_i$ voisin de $A_i$ est déterminé, et le segment $A_{i-k} - A_{i+l}$ est remplacé par le chemin le plus court[4]. allant de $A_{i-k}$ en $A_{i+l}$ en passant par $B_i$

La mutation est ainsi contrôlée par deux paramètres : l'amplitude de la mutation, donnant la distance moyenne entre $A_i$ et $B_i$, et la longueur de la portion de chemin qui est mutée, définie par le paramètres $\alpha$ ($\alpha$ est pris égal à .5 dans la pratique).

Voici un exemple montrant le résultat de la mutation sur un chemin:




Empiriquement, lorsque le réseau est petit (moins de 25 villes, ou de côté inférieur à 5), la mutation ci-dessus est soit inopérante (aucun changement ou très peu) soit destructrice (l'enfant est si différent du parent qu'il peut être considéré comme aléatoire).

Cependant, nous avons rapidement considéré des réseaux plus importants. La majorité des réseaux étudiés comporte 169 villes (carré de côté 13). Dans ce contexte, la mutation donne des effets satisfaisants.

### Les croisements

Il est difficile de concevoir un croisement qui ait un sens sur les chemins et qui demeure de coût abordable. Pour signaler la difficulté de la tâche, indiquons que de nombreux articles ont été consacrés à la conception d'un opérateur de croisement efficace dans le cas du problème du voyageur de commerce, qui manipule également des chemins.

De surcroît, les premiers opérateurs de croisement que nous avons implémentés n'ont pas donné de meilleurs résultats, comparés à la mutation seule.

4. La fonction appelée est la fonction d'initialisation.

En conséquence, nous n'avons pas utilisé de croisement dans la suite de cette étude.

### 3.3.2 L'évolution phénotypique

Nous avons considéré deux modèles d'évolution phénotypique, inspirés des approches classiques.

La première, notée ES+, est inspirée des stratégies d'évolution ; la population composée de $\mu$ parents produit $\lambda$ enfants ; les meilleurs parmi les enfants et les parents sont choisis de façon déterministe comme parents de la génération suivante. La population se renouvelle donc en profondeur à chaque génération.

La seconde, notée SSGA, est inspirée de l'algorithme génétique stationnaire. A chaque génération, un unique parent est choisi par tournoi[5]. Ce parent est muté, et l'enfant ainsi obtenu remplace un individu de la population choisi par anti-tournoi. La population évolue ainsi de façon plus stable, avec moins de bouleversements que dans l'approche ES+.

Nous décrirons plus en détail ces deux algorithmes dans le chapitre consacré aux résultats, tout en comparant leur efficacité.

## 3.4 Conclusion partielle

Un individu automobiliste est décrit par son itinéraire, un chemin dans un réseau de type Manhattan. Les réseaux considérés, ainsi que les procédures d'initialisation de la population, sont de nature à favoriser l'apparition d'embouteillages, tout en assurant la diversité des individus au sein de la population. Ces réseaux sont générés de façon automatique.

Les réseaux considérés dans la suite comprennent 169 villes (correspondant à un réseau quadrillé de 13 villes de côté). L'évolution d'une population, définie dans la suite, prend un temps de calcul de l'ordre de la minute[6] sur un PC Pentium II.

5. $p$ individus étant choisis avec une probabilité uniforme avec remise, le vainqueur est l'individu de performance maximale parmi ces $p$ individus.

6. Cependant, en raison du caractére stochastique de l'algorithme, une expérience doit moyenner les résultats d'une vingtaine d'éxécutions ; on obtient ainsi des temps d'environ une demi-heure de calcul par expérience.

# Chapitre 4

# La fonction performance

Le choix de la fonction performance est d'une importance si capitale que nous avons décidé d'y consacrer un chapitre entier.

## 4.1 Cadre de l'étude

Notre objet d'étude est la satisfaction globale, objective, d'une population d'automobilistes, mesurée ici comme la somme totale des temps de transport. Le résultat d'une expérience est donné par ce niveau de satisfaction global, après stabilisation des comportements des individus.

Le paramètre étudié (la variable de commande du phénomène) est le "comportement" des automobilistes. Nous disposons d'un seul levier pour contrôler le comportement des automobilistes : c'est la fonction de satisfaction $\mathcal{F}$ des individus. Dans le cadre de l'évolution, la fonction $\mathcal{F}(X)$ mesure l'adaptation d'un individu $X$ au milieu considéré, et commande donc sa survie et sa descendance. Le seul moyen dont nous disposons, pour encourager un comportement donné, est ainsi d'attribuer une note elevée à un tel comportement.

Pratiquement, le comportement des individus est lié à plusieurs critères. Certains sont de nature objective (la distance parcourue ou le temps de transport), d'autres sont moins évidents et nous les appellerons pour fixer les idées *critères psychologiques*. Précisons immédiatement que notre but n'est pas et ne peut être la modélisation psycho-cognitive des automobilistes ! Les motivations des individus font intervenir des notions complexes telles qu'altruisme, conformisme, compétition, etc.

Nous nous bornerons à proposer des approximations, nécessairement extrêmement rudimentaires, mais calculables, de quelques motivations des individus, de nature altruiste ou compétitive. Par abus de langage et par souci de simplicité, ces approximations seront encore appelées *altruisme* et *compétition*. La distinction entre le critère humain et sa grossière approximation informatique sera rappelée au moment de l'interprétation des résultats.

Nous allons passer en revue l'ensemble des facteurs pris en compte dans la satisfaction des individus.

## 4.2 Facteur distance

La *distance* parcourue par l'individu est une information “objective” dans le sens où elle est directement perceptible par l'individu. Cette information ne dépend pas des autres individus de la population et peut donc être déterminée a priori.

Il est naturel à l'automobiliste (i.e. il est rationnel) de vouloir minimiser la distance parcourue. Cependant, la minimisation de ce critère est la cause essentielle des embouteillages.

L'importance de ce facteur reflète ainsi la rationnalité primaire, à courte vue, des individus automobilistes. Lorsque ce facteur définit seul la satisfaction des individus, la satisfaction collective atteint son minimum.

## 4.3 Facteur temps

### 4.3.1 Justification

Le *temps* de transport mis par l'individu pour aller de la ville origine dans la ville destination est également une donnée “objective” : cette information est perçue par l'automobiliste et entre souvent explicitement en ligne de compte dans sa stratégie.
Cependant, l'information exacte n'est disponible qu'a posteriori dans la mesure où elle dépend des autres individus de la population [1].

De même, il est rationnel pour l'automobiliste de vouloir minimiser son temps de transport. Il s'agit de rationnalité secondaire, dans la mesure où elle ne semble pas prise en compte par tous les individus, mais seulement les plus calculateurs, d'une part, et où l'information nécessaire n'est pas immédiatement disponible.

### 4.3.2 Evaluation

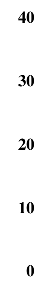
Le temps de transport mis par l'individu est aussi appelé dans la suite *performance objective*. Son calcul nécessite de connaitre la population entière, puisqu'elle dépend de l'état du réseau (les charges des routes).

Elle est calculée ainsi:

- la performance objective est égale à la somme des temps de parcours sur chaque arc de l'itinéraire.
- Pour un arc de capacité de transport $C$ (donnée au programme lors de l'initialisation), de longueur $l$, qui subit une charge de $Q$ individus, le temps de parcours $t$ est:

$$t = \begin{cases} l & \text{si } Q < C \\ l + l(Q - C) & \text{si } Q > C \\ l + lC + 2l(Q - 2C) & \text{si } Q > 2C \end{cases}$$

1. Notons cependant qu'il est possible d'en avoir une estimation a priori, en se fondant sur l'état antérieur du traffic (les messages *temps estimé* disponibles sur les panneaux d'information routiers).




Cela correspond à un temps de transport fonction de la charge défini ainsi:

C'est un modèle très simple d'embouteillage linéaire à deux pentes: le temps de parcours est fixe tant que l'arc est "fluide" ; la pénalité est linéaire quand la capacité est dépassée ; enfin il y a une pénalité supplémentaire lorsque la capacité est trop dépassée.

Expérimentalement, il se révèle en effet nécessaire de pénaliser lourdement les tronçons routiers très chargés. Nos premiers essais ont considéré des pénalisations quadratiques ; cependant, ceci conduisait à de telles disparités entre les différents tronçons routiers, qu'une modification mineure sur un axe très chargé masquait toute autre modification. Nous sommes donc revenus à un modèle linéaire simple.

### 4.3.3 Relation à la satisfaction globale

Si les individus optimisent leur temps de transport individuels, alors la population se trouve vraisemblablement dans une situation collective satisfaisante (rappelons que la satisfaction de la population est définie comme la somme des temps de transport).

La question est ici double. Tout d'abord, l'automobiliste peut-il optimiser directement son temps de transport ? (il ne le connait de façon exacte qu'a posteriori, et ne peut donc optimiser qu'un estimateur bruité).
En second lieu, la satisfaction collective optimale coïncide-t-elle nécessairement avec les satisfactions individuelles optimales ? Métaphoriquement, le plus grand bien du plus grand nombre peut impliquer le sacrifice de quelques-uns.

Concrètement, nous étudierons ainsi si la satisfaction collective optimale est obtenue lorsque les individus optimisent leur satisfaction rationnelle secondaire.

## 4.4 Facteur altruisme

Le chemin le plus court pour un individu, le plus efficace pour lui, peut n'être pas optimal du point de vue de la population : ainsi un individu "heureux" peut géner beaucoup de monde et créer un défaut d'optimalité.

Il nous paraît ainsi nécessaire d'introduire, au niveau de l'individu, une estimation de la façon dont cet individu contribue à la satisfaction collective.

Une modélisation naturelle de cette contribution est l'apport marginal de l'individu à la satisfaction collective, mesuré comme l'impact sur la satisfaction collective, de l'existence de cet individu.

Formellement l'apport marginal est calculé comme suit : si l'on connait la charge $q_i$ sur chaque arc $i$ du trajet de l'individu, alors sur chaque segment l'individu gène $q_i - 1$ individu; or l'on peut aisément calculer l'impact $p_i$ d'un individu sur l'arc i (zéro si l'arc est fluide, sa longueur si l'arc est embouteillé; deux fois la longueur si l'arc est très chargé);

l'apport marginal de l'individu $X$ est donc:

$$\mathcal{M}(X) = \sum_{i \in \text{ arcs du chemin X}} p_i * (q_i - 1)$$

## 4.5 Facteur compétition

Il semble également naturel que la satisfaction d'un individu comporte des facteurs relatifs : pour une même distance et un même temps de transport, un individu est plus satisfait s'il pense que son temps est minimal, que s'il constate que tout le monde le dépasse.

Ce facteur peut être modélisé par le rang d'un individu selon la performance objective.

Toutefois, il faut remarquer que, dans la mesure où toutes les opérations de sélection et de remplacement sont fondées sur le tournoi des individus, le facteur compétition n'a pas d'influence distincte de celle de la performance objective.

Ce facteur ne sera donc pas considéré dans la suite.

## 4.6 Agrégation des facteurs

Les facteurs retenus modélisent trois aspects de la satisfaction d'un individu :

- Une caractéristique objective connue a priori, la distance parcourue ;
- Une caractéristique objective connue a posteriori, le temps de transport ;
- Une caractéristique subjective connue également a posteriori, l'apport marginal de l'individu à la satisfaction collective, appelée altruisme.

Il ne reste plus qu'à traduire ces critères dans une fonction de performance unique $\mathcal{F}$.

### 4.6.1 Normalisation

Cependant il faut prendre garde au fait que ceux ci sont d'ordre de grandeur différents. Voici par exemple pour un réseau de taille 13*13, population 300 les ordres de grandeurs des trois termes:

- "distances" entre 200 et 2000 environ.
- "temps" entre 500 et 50000 environ.
- "temps" varie à peu près comme "rationalité".

Pour pallier cela, le maximum des trois critères à la génération précédente est mémorisé. Les critères courants sont ensuite normalisés en les divisant par le maximum correspondant afin de les ramener (approximativement mais les variations d'une génération à l'autres sont petites) entre 0 et 1. Ainsi par exemple:

$$distance_t(X) = \frac{distance_t(X)}{max.distances_{t-1}}$$

### 4.6.2 Pondération

Les individus effectuent à proprement parler une optimisation multi-objectifs : le critère distance et le critère temps sont clairement antagonistes.

Nous nous ramenons à un problème mono-objectif de la façon la plus classique, en définisssant la satisfaction d'un individu comme la somme pondérée des différents facteurs. Les facteurs de pondération sont respectivement notés $D$ distances, $T$ pour temps, et $A$ pour altruisme.

Ainsi la performance vaut finalement:

$$\mathcal{F} = D * \text{(distance normalisée)} + T * \text{(temps normalisé)} + A * \text{(apport marginal normalisé)}$$

Notons quelques configurations particulières et intéressantes:

- Choix rationnel primaire : $D = 1$, $T = A = 0$.
- Choix rationnel secondaire (performance objective) : $T = 1$, $D = A = 0$.
- Altruisme pur: $A = 1$, $T = D = 0$.

## 4.7 Conclusion

La fonction performance agrége trois critères : la distance parcourue, le temps mis, et l'impact de l'existence d'un individu sur le bien-être collectif. En termes métaphoriques, l'individu est ainsi muni de motivations rationnelles primaires, rationnelles secondaires, et altruistes.

La fonction de satisfaction des individus étant ainsi définie de façon calculable, l'évolution va procéder comme un simulateur, permettant d'amener l'ensemble de la population dans un état stable, celui que l'on obtient lorsque les individus cherchent simultanément à optimiser leur satisfaction individuelle.

# Chapitre 5

# Résultats

Nous présentons ici les résulats obtenus, ainsi que leur mode d'obtention; avant de discuter plus avant leur interprétation au chapitre suivant.

## 5.1 Dépouillement des résultats

Les documents présentés dans la suite sont soit des copies d'écran du programme, ou des courbes génerées par l'analyse des fichiers textes que celui ci produit. De façon générale à moins que cela ne soit précisé, les résultats présentés sont toujours la moyenne des ceux obtenus sur plusieurs sorties du programme, afin de gommer une quelconque excentricité qui aurait pu etre génerée par la nature stochastique des algorithmes utilisés.

La question se pose de savoir quelles données sont à prendre en compte pour savoir ce qu'il s'est passé lors d'une évolution: le programme est en effet capable de fournir de très nombreuses paramètres utilisées lors du fonctionnement: listing de la population à chaque génération, listing texte des charges, affichage graphique de la répartition de la population sur le réseau, affichage à chaque génération des meilleurs et pires individus, ...

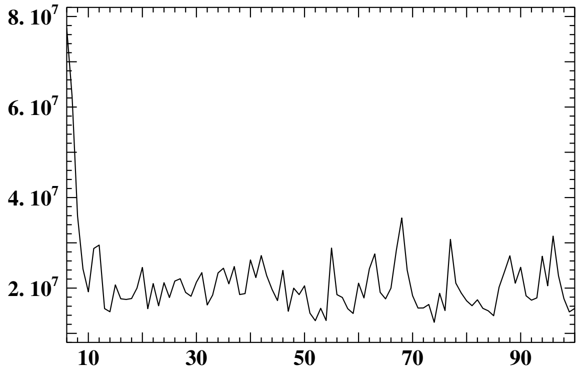
Nous avons choisi de calculer certaines données qui n'interviennent pas dans les calculs mais qui nous semblent revêtir une importance particulière. C'est le cas en particulier de la *perfomance globale*. Elle est définie comme la somme pour tous les membres de la population de leur performance objective, et constitue donc une bonne mesure de l'efficacité d'une population. On cherche bien entendu à minimiser cette performance globale (comme chacun cherche à minimiser son temps de parcours). On aurait pu la définir comme somme des performances tout court, mais cela nous aurait donné la satisfaction des individus sans avoir d'information sur l'efficacité globale des choix individuels. Une question que l'on peut se poser est de savoir s'il faut prendre en compte dans cette satisfaction globale les individus les plus défavorisé: en effet on a toujours une fraction de la population qui est malgré tout dans les embouteillage, et cela a pour résultat qu'à chaque génération ces inidivudus contribuent à l'obtention d'une performance globale élevée, masquant peut-être les effets que l'on cheche à observer. Mais l'obtention de résultats satisfaisants en l'état a fait que nous avons gardé toute la population pour le calcul..

L'outil principal que nous utilisons dans l'étude des résultats est donc le tracé de l'évolution de la performance globale au fil des générations, obtenu par dépouillement des fichiers textes générés par le programme, moyenné sur plusieurs (au moins 11 en général) lancements.

## 5.2 Résultats avec ES+

Notre première idée fut d'utiliser un algorithme inspiré des schémas d'évolution ES+ (Evolution Strategies). Le mécanisme de base est le suivant: à chaque génération, nous avons un nombre relativement petit d'individus $\lambda$ qui subissent l'action des opérateurs d'évolution pour donner naissance à un grand nombre d'enfants $\mu$ (typiquement $5 < \lambda/\mu < 10$ ). Parmi cette descendance de taille $\lambda + \mu$, on garde les $\lambda$ meilleurs pour former la nouvelle génération. L'algorithme a du être adapté pour permettre la mise à jour des performance en même temps que le génération des enfants (car ceux-ci changent l'état du réseau) et avant la sélection (au lieu d'avoir une phase d'évaluation séparée).

Les résultats que nous avons obtenus avec ce schéma n'ont pas été satisfaisants. Voici une des sorties obtenues à titre d'exemple (performance globale en fonction des générations, sur 100 générations, avec un réseau de coté 9, une population de 230).




Cette figure est un résultat brut non moyenné, mais les résultats obtenus sont assez explicites pour l'analyse tel quels.

On constate en effet une amélioration assez grande de la population durant environ 5 générations, puis des oscillations de la satisfaction globale aux alentours d'une valeur moyenne qui marque une bonne amélioration par rapport de la situation de départ (mais qui est loin d'être optimale, supérieure de 30% environ par rapport aux meilleurs résultats que l'on a obtenu dans la suite)..

Ceci peut s'expliquer de la facon suivante: au démarrage du run l'algorithme est productif puisque l'on part d'une situation très mauvaise, et l'on constate une amélioration de la population. Au bout de quelques génerations on arrive à un point qui n'est pas trop mauvais. A ce moment là , l'algorithme cesse d'etre efficace. En effet le programme crée une descendance nombreuses à partir de peu d'individus. Les meilleurs individus de la population, ceux qui empruntaient des itinéraires peu chargés, voient donc leur performance fortement dégradée puisqu'on a crée de nombreuses copies sur leur modèle. Cela conduit donc en une ou deux générations à l'obtention d'un mauvais résultat d'autant plus que le fort taux de renouvellement des générations fait qu'il est possible très rapidement d'oublier de bonnes solutions ou de revenir massivement à des erreurs passées. Il y a donc création artificielle de nouveaux embouteillages. Ainsi les choses redeviennent très mauvaises en l'espace de quelques générations, puis l'algorithme redevient productif, et ainsi de suite...

Il apparait donc que le principal défaut de cet algorithme est le fait qu'il n'y ait aucun rapport entre les populations de deux générations sucessives, le renouvellement étant si fort qu'il est tout à fait possible de n'avoir rien en commun d'une génération à l'autre. Le résultat est que la population n'a aucune "mémoire". De plus on peut critiquer la validité de dériver deux cent individus en se basant sur les embouteillages crées par une trentaine d'individus.

Ainsi ce schéma réputé efficace s'est révelé totalement inadapté au traitement de conflict sociaux et à la coévolution, et nous nous sommes tournés vers d'autres schémas. A noter cependant que l'évolution bénéfique initiale est très rapide (environ 5 générations), et substentielle.

## 5.3 Résultats avec SSGA

Il apparait donc que si l'on veut un schéma efficace, il ne doit porter que sur un petit nombree d'individus à chaque génération. En effet la necessite de créer des individus en employant les charges calculées pour la génération précédente nécessite d'avoir un petit nombre de nouveaux individus à chaque génération (sinon les nouveaux individus arrivent dans une situation sur laquelle l'information dont ils disposent est erronée dès le départ).

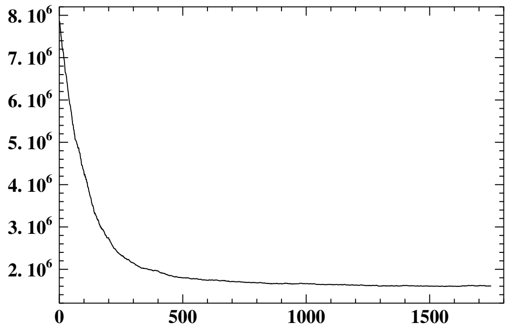
Ainsi nous avons cherche à avoir un schéma beaucoup plus continu pour éviter les effets pervers mentionnés plus haut. Nous avons donc experimenté le schema SSGA (Steady State Genetic Algorithm), qui procede de la façon suivante: à chaque génération, un individu est choisi par tournoi. On lui applique les opérateurs, puis on remplace par l'individu ainsi crée un membre de la population selectionné par anti-tournoi.

### 5.3.1 Premiers essais

Nous avons obtenus de premiers essais encourageants avec les paramètres suivant:

- Réseau quadrillé de coté 9
- Population 210
- Comportement uniquement "rationnel".

Voici un exemple de sortie (graphe de la satisfaction collective fonction du nombre de générations):



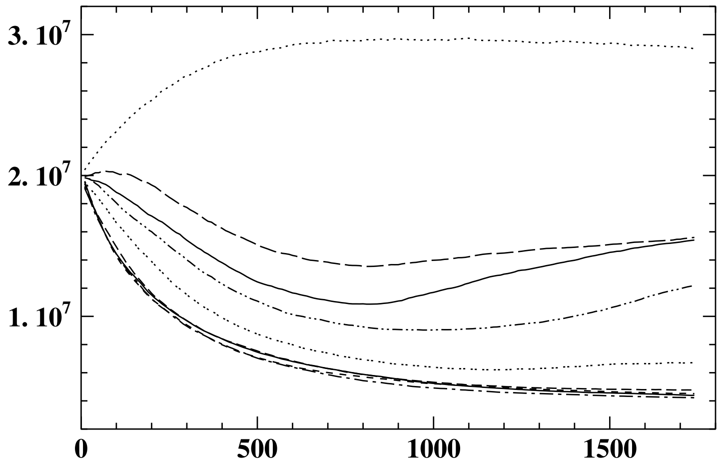
On constate l'obtention durable d'une situation qui est bien meilleure sur le plan collectif que la situation de départ: l'algorithme est donc efficace.

Ceci nous a encouragé à faire des essais systématiques avec ce type d'algorithme. Nous avons donc cherché à étudier l'influence de la distance contre l'altruisme mais également de la rationalité contre l'altruisme.

### 5.3.2 Résultats: distance contre altruisme

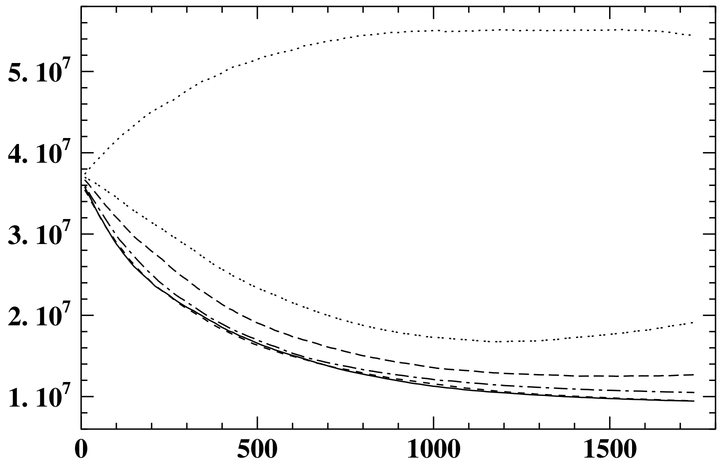
L'expérience réalisée est la suivante: utilisant le schéma présenté plus haut, nous avons choisi un réseau "Manhattan", du coté 13 (l'augmentation de la taille du réseau nous donnant une plus grande confiance quand à la validité des résultats obtenus).

Nous avons tout d'abord choisi une population de 300 individus, et fait varier le coefficient d'altruisme parmi les valeurs suivantes: 0, 0.05, 0.1 , 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1 (et le coefficient distances de façon à ce que la somme des deux soit constante égale à un); le coefficient rationalité étant annulé. On obtient les courbes suivantes (montrant l'évolution de la satisfaction globale fonction du nombre de générations).




De haut en bas l'ordre des courbes est altruisme = 0%, 5%, 10%, 20% , 40% , 60% , 100% et 80%

Voici les résultats obtenus en conservant tous les paramètres sauf la taille de la population qui passe à 400:




Ordre: du haut en bas altruisme = 0%, 20%, 40%, 60%, 80%, 100%

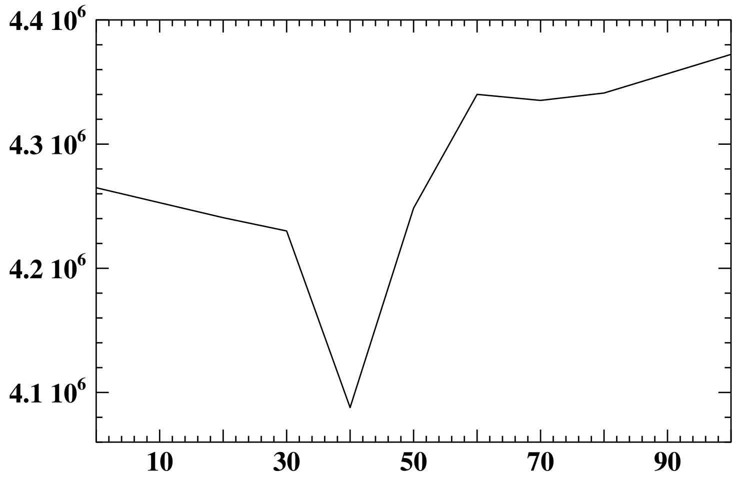
On peut déjà faire plusieurs constatations:

- sans surprise donner une conscience globale aux individus, améliore les résultats par rapport au critère de distance qui ne suppose aucune “réflexion”.
- on constate qu'une très petite dose d'altruisme suffit: avec 5% environ on arrive à stabiliser la population initiale, à partir de 10%, 20% on arrive déjà à une amélioration substantielle de la population.
- enfin on constate qu'au delà de 60% d'altruisme l'amélioration est très faible. Dans un des cas (population 300), le meilleur résultat est même obtenu avec 80% d'altruisme. Cependant la grande proximité des deux résultats ( malgré le moyennage sur 11 lancements) ne permet pas d'en tirer de conclusion définitive.

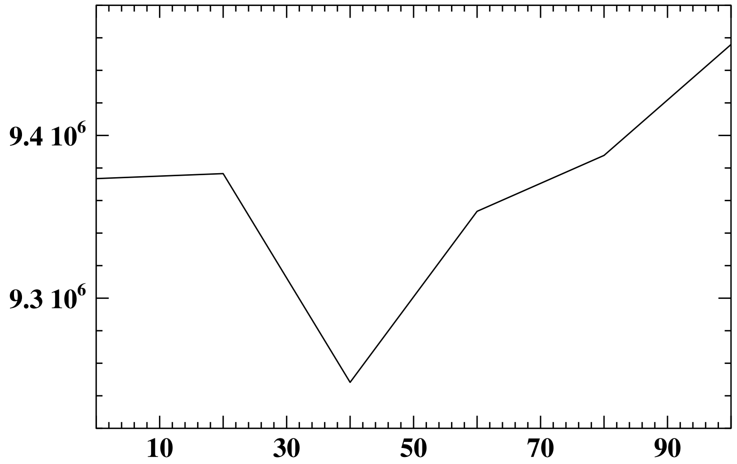
### 5.3.3 Résultats: rationalité contre altruisme

Nous avons également réalisé l'expérience suivante: faire avec les mêmes paramètres uen série de lancements où l'on fait varier progressivement la part d'altruisme dans la performance (de 20% en 20%), tandis que la rationalité prend la valeur $1 - altruisme$ (tout en annulant distances).

Les paramètres choisis étaient les suivants: réseau quadrillé de côté 13, population 300 et 400 (deux séries ont été faites). Pour chaque valeur des paramètres, 11 runs ont été faits. Voici la satisfaction globale au bout de 1740 générations dans ces conditions:

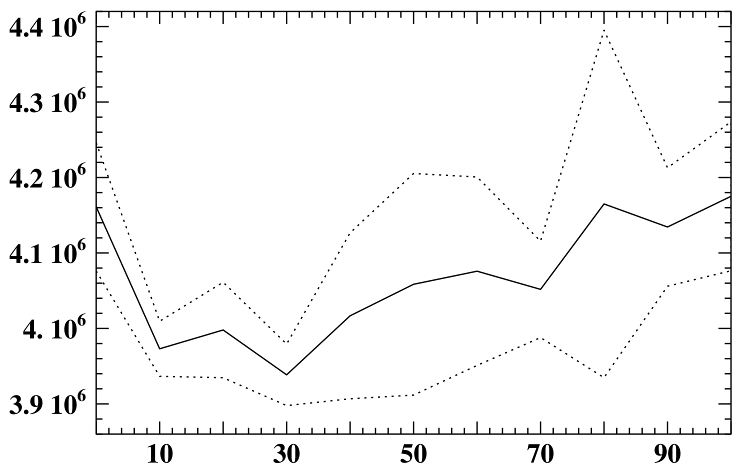



On constate sans surprise que la situation s'améliore quand la part d'altruisme augmente à partir de 0%, mais qu'à partir de 50 pour cent les choses redeviennent mauvaises et que si l'on prend en compte uniquement l'altruisme, on obtient une situation qui est la pire de tous les cas étudiés! Voici la même experience refaite avec une population de 400 individus:




On retrouve le même minimum et l'on constate que la taille de la population ne semble pas influer sur le résultat.

Le graphe présentant quand même un aspect très anguleux, et les intervalles de confiance étant assez importants, nous avons refait l'expérience de façon plus fine: en faisant varier la part d'altruisme de 10% en 10%, et en moyennant sur 15 lancements comportant chacun 2500 générations (contre 1750 auparavant).




Le tracé central représente les moyennes, ceux qui l'encadrent les intervalles de confiance. Cette fois les résultats sont plus fiables et l'on retrouve le minimum qui se situe pour environ 30% d'altruisme.

## 5.4 Retour sur le paradoxe de Braess

Par curiosité nous avons aussi voulu savoir si la population modélisée se comportait bien dans le cas de réseau "paradoxaux" tels celui présenté au chapitre 1. Nous avons donc relancé le programme avec un réseau constitué de la juxtaposition de réseaux similaires à celui décrit au chapitre I (en essayant sans et avec les arcs transverses). Nous savons déjà que le critère distance se révèle inefficace dans un tel cas. Mais nos essais ont montré que le critère de rationalité informée suffit à atteindre un optimum, et que celui-ci n'est pas affecté par l'ajout de nouveaux arcs (tel que décrit au chapitre 1).

## 5.5 Conclusion

En conclusion après avoir expérimenté différentes possibilités nous avons choisi d'utiliser le schéma Steady State qui assure une variation assez continue de la population. L'étude à montré que l'altruisme même modéré peut contrebalancer l'effet de l'optimisation a priori suivant les distances; et que l'optimisation parfaitement informée à postériori n'est pas non plus optimale puisqu'une part de conscience collective parvient à améliorer les résultats. Cependant dans ce dernier cas une part trop importante d'altruisme dégrade les résultats.

# Chapitre 6

# Conclusions et Perspectives

Ce chapitre reprend brièvement les objectifs, les outils et les résultats de notre étude, avant d'esquisser quelques perspectives de développements futurs.

## 6.1 Objectif

L'objet essentiel de ce travail est d'étudier comment la satisfaction collective dépend du comportement individuel, et comment l'optimum collectif se relie à la recherche des optima individuels.

Nous nous sommes focalisés sur le contexte des embouteillages et du comportement des automobilistes, la satisfaction collective étant ici modélisée comme la somme des temps de transport des individus.

Devant la difficulté de caractériser les comportements eux-mêmes, nous avons choisi d'aborder le problème sous l'angle des motivations des individus, en retenant trois motivations essentielles : la rationnalité à court terme, représentée par la minimisation de la distance parcourue par l'automobiliste ; la rationnalité à long terme, représentée par la minimisation du temps de transport ; et enfin l'altruisme, représenté par la maximisation de l'apport marginal de l'individu à la satisfaction collective.

Notre but était de déterminer comment, en disposant d'aussi peu d'information globale que possible, les motivations d'un individu pouvaient être infléchies, de manière que le plus grand bien de chacun coïncide avec le plus grand bien de tous.

Il est en effet clair que toutes les sociétés humaines ont su doter les individus de motivations "annexes", fondées sur des impératifs culturels, sociaux ou moraux et contrebalançant la force de l'égoïsme naturel. Ces motivations apparaissent comme "annexes" dans la mesure où elles ne semblent pas immédiatement liées à la survie individuelle ; en revanche, elles peuvent être interprétées comme des forces de rappel, visant à tirer l'ensemble des individus vers l'optimum collectif dans les cas où l'égoïsme individuel mène à la perte de tous.

Cependant, ces motivations "annexes" sont apparues de façon mystérieuse (au moins pour nous) : leur existence, et même leur efficacité, ne permettent pas de garantir que ces motivations soient les seules à pouvoir contrebalancer utilement l'égoïsme naturel, ni qu'elles soient optimales.

Toutes proportions gardées, nous avons souhaité réfléchir concrètement au problème de définir au niveau individuel les motivations guidant l'espèce humaine vers l'optimum.

## 6.2 Approche

Mesurer l'impact des motivations des individus sur le bien collectif présente une difficulté essentielle : par construction, la situation collective dépend du comportement des individus, or celui-ci est essentiellement opportuniste : avec la liberté que lui laissent ses motivations, l'individu s'adapte au milieu, anticipe le comportement des autres individus et cherche à en tirer parti.

L'état stable de la foule se définit ainsi comme le point fixe d'un système adaptatif.

Dans la mesure où nous voulions pouvoir changer librement la nature du système adaptatif et les règles du jeu, nous avons préféré une démarche expérimentale à une approche théorique. L'état stable de la foule des automobilistes a été déterminé en utilisant un simulateur, fondé sur la notion de co-évolution d'une population.

La co-évolution permet de déterminer l'attracteur d'une population dont les individus cherchent à optimiser une fonction donnée, représentant leur satisfaction. Cette approche permet de modifier ad libitum la fonction de satisfaction des individus [1]. Dans le même esprit, nous avons consideré une situation simple, mais néanmoins représentative des situations d'embouteillage, à savoir un réseau de type Manhattan. L'interêt d'un tel réseau est d'être modulable aisément.

Diverses fonctions de satisfaction ont été considerées, obtenues comme somme pondérée des motivations primaires définies plus haut : rationnalité primaire (distance parcourue), secondaire (temps de transport effectué) et altruisme (utilité de l'individu pour la collectivité).

La stratégie d'une population est ainsi définie par l'importance (les poids) que les individus accordent aux trois motivations ci-dessus. Nous nous sommes limités au cas où *tous* les individus de la population accordent la même importance à ces motivations.

Le succés d'une stratégie est définie par le temps de transport (asymptotique) de l'ensemble des individus gouvernés par cette stratégie.

## 6.3 Résultats

Il est nécessaire de mettre en garde le lecteur contre une interprétation trop littérale des résultats qui suivent. Nous avons souligné à plusieurs reprises au cours de ce mémoire que les notions introduites, notamment l'"altruisme", représentent une simplification excessivement pauvre et instrumentale des définitions courantes. L'identification des notions que nous avons pratiquée dans un souci de lisibilité, ne doit pas porter à confusion.

Par construction, lorsque chaque individu se laisse guider par sa rationnalité primaire (distance parcourue), la population se trouve dans un état pitoyable (engorgement maximum du réseau routier).

On pourrait certes objecter que cette situation vient de la sottise des individus. Et certes, lorsque les individus se laissent guider par leur rationnalité secondaire (temps de transport), la population se trouve dans un état bien meilleur.

1. Par opposition, une étude théorique aurait du être effectuée pour chaque structure de réseau et fonction de satisfaction. De surcroit, l'optimum théorique n'est pas nécessairement représentatif des optima accessibles aux joueurs non rationnels que sont les êtres humains.

Ces considérations sont somme toute naturelles et sans surprise. Ce qui est plus étonnant, est que, même dans le cas où les individus connaissent leur intérêt et cherchent à l'optimiser, la population n'arrive pas à l'optimum collectif. Expérimentalement en effet, les meilleures performances collectives sont obtenues lorsque les individus sont guidés par leur rationnalité secondaire — et par leur altruisme. En d'autres termes, il s'avère que la dimension paradoxale du système ne provient pas du défaut d'information : l'optimum global ne peut etre atteint par suite d'optimisations individuelles, fussent-elles parfaitement informées. Cette situation reflète l'absence de la *main invisible* chère à Adam Smith.

On reconnait ainsi l'importance de l'altruisme des individus au niveau de la survie de l'espèce.

Cependant, un second résultat étonnant est le suivant : il est souhaitable que les individus soient altruistes — mais avec mesure. L'individu doit assurer un savant équilibre entre son interêt personnel, et l'interêt qu'il porte au bien collectivif. En effet, s'il se désintéresse excessivement de son interêt personnel, celui-ci en pâtit, et l'interêt collectif somme des interêts individuels finit par subir le même sort.
De plus, le compromis optimal entre les facteurs d'altruisme et de rationnalité secondaire semble ne pas dependre de la taille de la population (cf. chapitre 5). Ce point mérite toutefois d'être confirmé par des experimentations supplémentaires. Des moyens de calcul plus importants auraient été utiles[2].

Un dernier aspect intéressant est qu'il suffit d'un peu d'altruisme pour empêcher une population guidée par une rationnalité primaire, de dériver vers une situation catastrophique.

## 6.4 Perspectives

Nous aurions aimé au cours de cette étude, explorer de nombreuses autres voies que nous avons du laisser de côté faute de temps.

La modélisation utilisée pèche en effet par excès de simplicité à plusieurs niveaux:

- Il est souhaitable que l'importance accordée à la rationnalité, à l'altruisme, etc, varie dans la population. Il faut ainsi considérer non pas un altruisme constant, mais une distribution d'altruisme dans la population.
- Bien d'autres facteurs de motivation peuvent être pris en compte : originalité, conformisme, etc...
- En dernier lieu, nous aurions aimé représenter un individu par sa fonction de décision (stratégie de choix d'itinéraire), passant ainsi dans le cadre de la programmation génétique. Incidemment, une telle représentation nous permettrait de nous attaquer sous un angle nouveau au Dilemme des Prisonniers itérés.

En guise de conclusion, nous finirons par une anecdote sur la mise en oeuvre de cette étude. Lorsque la modélisation de l'altruisme a été envisagée (il s'agissait à l'époque de coefficients individuels, reflétant la propension individuelle à l'altruisme), nous nous attendions à ce que l'optimum collectif soit obtenu pour une population d'individus parfaitement altruistes. Nous avons ainsi longuement réfléchi aux manières de borner l'altruisme des individus, de facon à assurer une modélisation réaliste....

2. La courbe très grossière présentée au chapitre 5 est le résultat de deux heures de calcul environ ; et la courbe raffinée le résultat de 14 heures de calcul sur un bi-pentium II 300.

Nous constatons ainsi, après Schelling [Sch80], que la modélisation en termes de jeux des dilemmes humains est riche de résultats contre-intuitifs.

# Annexe A

# Chemins: mode d'emploi

La commande à lancer est *chemins*. Il est possible de passer les paramètres en ligne de commande, mais plus pratique d'utiliser le fichier chemins.param qui les regroupe tous.

## A.1 Le fichier chemins.param

Ce fichier comporte en particulier les champs suivants:

- $INITALEA$ permet de fixer la graine aléatoire, utile si l'on veut répeter une expérience.
- $POPULATION$ la taille de la population[1].
- $MAXGEN$ le nombre de générations à effectuer.
- $EVOLUTION$ le schéma d'évolution désiré (voir le chapitre 5)[2].
- $RESEAU$ le nom du fichier décrivant le réseau.
- $RATIO$ le coefficient de rationnalité (voir chapitre 4).
- $APPORT$ le coefficient d'altruisme.
- $RISQUE$ le coefficient d'esprit de compétition.

Ainsi que de nombreux autres paramètres mais qui n'ont à priori pas à varier.

## A.2 Le fichier décrivant le réseau

Sa structure est la suivante:

- sur une ligne le nombre de points du réseau puis la taille maximale des arcs suivie d'au moins un retour à la ligne.
- la matrice des longueurs, une ligne de la matrice par ligne du fichier, suivie d'au moins un retour à la ligne.
- la matrice des capacités (même format que pour les longueurs).

1. Si le schema choisi est SSGA, la taille de la population doit être rentrée telle quelle, mais si le schema choisi est ES+, la taille repésente le paramètre $\mu$ et il faut également spécifier $\lambda$ dans le paragraphe sur le schema d'évolution.
2. Si le schema choisi est SSGA, il faut préciser la taille des tournois de séléction dans la rubrique schéma d'évolution.

### A.2.1 Génération automatique

Nous avons également ajouté plusieurs programmes pour génerer automatiquement un réseau:

- genere qui génère un réseau totalement aléatoire.
- grect qui génère un réseau rectangulaire.
- gbraess qui génère un réseau rectangulaire “paradoxal”.

# Annexe B

# Notes techniques

## B.1 Algorithme

La partie qui réalise la boucle décrite ci-dessous se trouve dans le fichier evoschem.C (répertoire ral; procedure ssga::boucle):

- Sélection par tournoi (de taille paramétrable $TAILLE\_SELECT$ de l'élu.
- Application de l'opérateur de mutation sur l'élu.
- Sélection par anti-tournoi (taille paramétrable $TAILLE\_REPLACE$) de celui qui va être éliminé.
- Remplacement du malheureux élu par le mutant.
- Mise à jour des charges et calcul des performances (par appel de $strategie_pendant$).

## B.2 Calcul de la performance

Le calcul se fait en plusieurs passes (voir le fichier perf.C pour le source). Lors du calcul la fonction vérifie la variable statique $type\_perf$. Si celle-ci est à 1, on ne retourne que la partie objective. Sinon on calcule les quatres termes, on les ramène entre 0 et 1 et on renvoie la performance finale en fonction des 4 coefficients "psychologiques" comme expliqué au chapitre 4. La variable $type\_perf$ ne prend la valeur 1 qu'à l'intérieur de la fonction $strategie\_pendant$, c'est à dire seulement au moment du calcul des performances comme étape préliminaire. en particulier durant tout le reste de la boucle décrite à la section précédente elle vaut 2 et donc les performances complètes sont utilisées pour les tournois.

# Bibliographie


[Aro97] Sen Arora. Resolving social dilemnas using genetic algorthim: Initial results. In *Proceedings of the Seventh International Conference on Genetic Algorithms*, 1997.

[Axe92] R. Axelrod. *Donnant donnant: Théorie du comportement coopératif.* Odile Jacob, 1992.

[BHS91] T. Bäck, F. Hoffmeister, and H.-P. Schwefel. A survey of evolution strategies. In R. K. Belew and L. B. Booker, editors, *Proceedings of the* $4^{th}$ *International Conference on Genetic Algorithms*, pages 2–9. Morgan Kaufmann, 1991.

[BRS93] T. Bäck, G. Rudolph, and H.-P. Schwefel. Evolutionary programming and evolution strategies: Similarities and differences. In D. B. Fogel and W. Atmar, editors, *Proceedings of the* $2^{nd}$ *Annual Conference on Evolutionary Programming*, pages 11–22. Evolutionary Programming Society, 1993.

[Cer94] R. Cerf. *Une théorie assymptotique des algorithmes génétiques.* PhD thesis, Université de Montpellier II, March 1994.

[Del93] J.P. Delahaye. *Logique, Informatique et paradoxes.* Bibliothèque pour la Science, 1993.

[DW99] Jeremy Franck David Wolpert, Kagan Tumer. Using collective intelligence to route internet traffic. *Neural Information Processing Systems*, 1999.

[eMS97] M. Sebag et M. Schoenauer. Contrôle d'un algorithme génétique. 1997.

[Fog92] D. B. Fogel. An analysis of evolutionary programming. In D. B. Fogel and W. Atmar, editors, *Proceedings of the* $1^{st}$ *Annual Conference on Evolutionary Programming*, pages 43–51. Evolutionary Programming Society, 1992.

[Fog95] D. B. Fogel. *Evolutionary Computation. Toward a New Philosophy of Machine Intelligence.* IEEE Press, Piscataway, NJ, 1995.

[Gol89] D. E. Goldberg. *Genetic algorithms in search, optimization and machine learning.* Addison Wesley, 1989.

[Hil92] W. D. Hillis. Co-evolving parasites improves simulated evolution as an optimization procedure. In C. G. Langton, editor, *Proceedings Artificial Life II*, pages 313–324. Addison Wesley, 1992.

[Hol75] J. H. Holland. *Adaptation in natural and artificial systems.* University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.

[Lam95] B. Lamy. Evolc-gp: Manuel utilisateur. Technical report, CMAP – Ecole Polytechnique, July 1995.

[Sch80] Th. Schelling. *La tyrannie des petites décisions (Micromotives and Macrobehaviors).* PUF, 1980.

[Sch97] M. Schoenauer. Evolutionary computation. 1997.

[vNJ44] Morgenstern O. von Neumann J. *Theory of Games and Economic Behavior.* Princeton University Press, 1944.