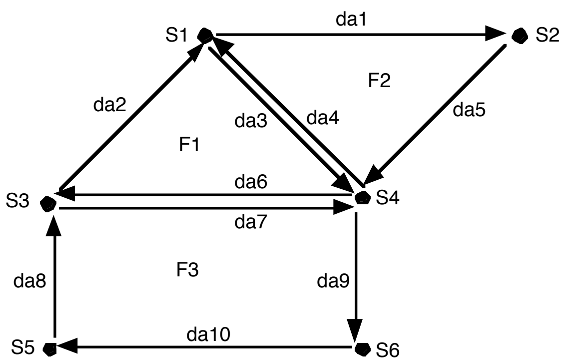
Maîtrise d'Informatique

Examen d'Infographie II
6 juin 2002 - 3h

Documents autorisés : 1 feuille A4 de notes personnelles.
Lisez l'ensemble de l'énoncé. Soyez clair, précis, concis. Justifiez vos réponses. Relisez-vous.

Exercice A - Modélisation 3D (8 points)

La structure de données suivante permet de décrire un maillage de polygones. Elle s'appelle "half-edge" (demi-arête) car chaque arête commune à deux faces est décomposée en deux moitiés qui se référencent mutuellement. Ainsi, dans l'exemple ci-dessous, les arêtes entre les sommets `S1`-`S4` et `S3`-`S4` sont chacune représentées par deux flèches (`da3` et `da4`, `da6` et `da7`). Chaque flèche est représentée par une structure "DemiArete", et les demi-arêtes d'une face sont chaînées entre elles.



La structure de donnée est la suivante. Elle est donnée en Java en omettant le mot-clé "public" devant tous les champs.

```
class Sommet {
    real x, y, z;       // Les coordonnées du sommet.
}

class DemiArete {
    Sommet s1, s2;      // Les deux sommets adjacents, dans l'ordre de parcours.
    DemiArete autre;    // L'arête "sœur" de cette arete,
                        // ou null si c'est une arête du bord du maillage.
    Face f;             // La face du maillage à laquelle appartient cette
                        // arête, ou null si cette arête est déconnectée.
    DemiArete suiv;     // L'arête suivante de la face dans l'ordre de parcours,
                        // ou null s'il n'y a pas de face associée.
}

class Face {
    DemiArete a;        // Une demi-arête qui appartient à la face.
    real nx, ny, nz;    // Les coordonnées de la normale de la face.
}

class Maillage {
    listof Sommet sommets;   // La liste des sommets.
    listof Arete aretes;     // La liste des arêtes.
    listof Face faces;       // La liste des faces.
}
```

Tournez S.V.P. ../..

Pour faciliter l'écriture, on introduit le type "`listof X`" qui permet de manipuler des listes d'objets avec les opérations d'insertion, de destruction et de parcours suivantes :

```
lst.insert (e);       // insérer l'element e en tete de la liste lst
lst.remove (e);       // retirer l'element e de la liste lst
foreach (e, lst) {    // parcourir les éléments de la liste lst
    // traiter l'élément e
}
```

Dans toutes les questions suivantes, on pourra ajouter des champs à la structure de données ci-dessus à condition de décrire et de justifier ces ajouts. Les programmes peuvent être écrits en Java, C ou C++ et doivent être commentés : c'est l'algorithme, plutôt que la syntaxe, qui est important.

1. Faire un schéma des liens de la structure "half-edge" pour le maillage de la page précédente.

2. Ecrire une fonction qui affiche un maillage en fil-de-fer.

3. Ecrire une fonction qui, étant donné un point P(x, y, z) et une face F du maillage, réalise une triangulation de la face F sur le point P.

4. Ecrire une fonction qui calcule les normales de chaque face comme moyenne des normales de chaque sommet de la face.

5. Quels sont les avantages et inconvénients de la structure "half-edge" par rapport à la structure classique (utilisée en TPs) : liste de sommets, liste d'arêtes, et liste de faces, chaque face contenant la liste de ses arêtes et/ou sommets.

Exercice B - Filtrage (4 points)

On considère un filtre 3x3 dont le noyau de convolution est le suivant :

$$F = 1/9 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

1. Donner le nombre d'additions et de divisions nécessaires pour appliquer ce filtre *F* sur une image *I* de taille *n* x *m*, en appliquant directement la formule de convolution :

$$R(x, y) = \Sigma_{i=-p..p}\Sigma_{j=-p..p}\ F(i, j)\ I(x - i, y - j)$$

2. On étudie maintenant l'algorithme suivant : on calcule à partir de l'image *I* une image *I'* en additionnant les pixels sur chaque rangée :

$$I'(x, y) = \Sigma_{j=1..x}\ I(i, y)$$

Ecrire l'algorithme de calcul de *I'* et montrer que l'on peut facilement calculer le résultat de la convolution de *I* par *F* à partir de *I'*. En déduire le nombre total d'additions et de divisions nécessaires pour calculer le résultat *R* par cette méthode.

3. Généraliser le résultat de la question 2 à un filtre similaire à *F* de taille *p* x *p*. Cette méhode peut-elle s'appliquer à d'autres filtres ?

Exercice C - Courbes (4 points)

On rappelle que les B-splines uniformes sont définies par :

- Une séquence de valeurs de knots $t_3 = 0$, $t_{i+1} = t_i + 1$
- $Q_i(t) = T_i \cdot M_B \cdot G_{Bi}$ avec :

$$T_i = [(t - t_i)^3 \; (t - t_i)^2 \; (t - t_i) \; 1]$$

$$M_B = \; 1/6 \begin{vmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{vmatrix} \qquad GB_i = \begin{vmatrix} P_{i-3} \\ P_{i-2} \\ P_{i-1} \\ P_i \end{vmatrix}$$

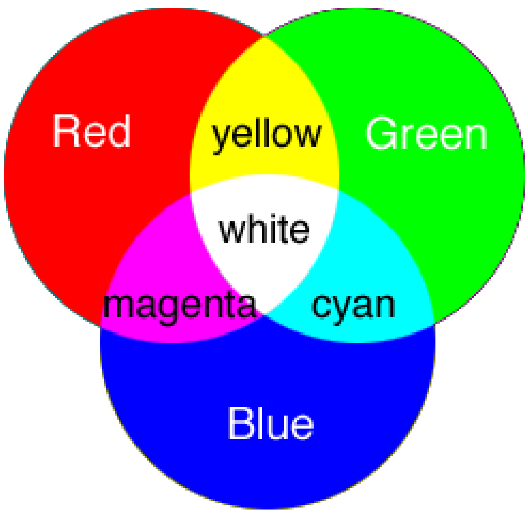
1. Montrer que la continuité aux knots (points de contacts entre les segments) est de classe C2.
2. Analyser l'effet d'une B-Spline dont 4 points de contrôle consécutifs sont alignés.

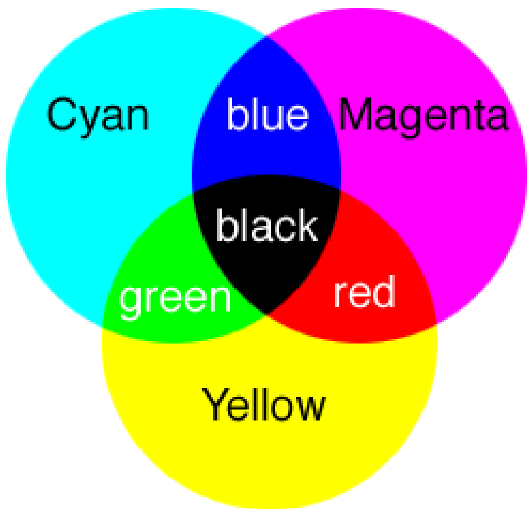
Exercice D - Espaces colorimétriques (4 points)

On considère les espaces colorimétriques RGB et CMY. On rappelle que :

$$\begin{vmatrix} C \\ M \\ Y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} R \\ G \\ B \end{vmatrix}$$

Lemodèle RGB est utilisé en télévision et en informatique et est associé à la synthèse additive : le mélange des trois couleurs primaires produit du blanc (image de gauche ci-dessous).
Le modèle CMY est utilisé en imprimerie et est associé à la synthèse soustractive : le mélange des trois couleurs primaires produit du noir (image de droite ci-dessous).





Les images ci-dessus donnent la composition de couleurs primaires pures.

1. On se place dans l'espace CMY et l'on considère le mélange de Cyan et de Magenta, donc la couleur de coordonnées (1, 1, 0) dans cet espace. Montrer que cette couleur est le Bleu.
2. On considère deux couleurs A et B et l'on calcule l'interpolation de ces couleurs, c'est-à-dire les couleurs de la forme tA + (1-t)B. Est-ce que le résultat de l'interpolation change selon que l'on se place dans le modèle RGB ou dans le modèle CMY ?
3. Pourquoi dit-on que les couleurs telles que Rouge et Cyan, Jaune et Bleu, Vert et Magenta sont complémentaires ?

Michel Beaudouin-Lafon