Festival des soutenances

17-20 octobre 2023

Heure	Mardi 17/10	Mercredi 18/10	Jeudi 19/10	Vendredi 20/10
10h		Noémie CARTIER Salle thèses, Bât 650 Univ. Paris-Saclay		
15h	Daniel TAMAYO JIMÉNEZ Amphi. Bât 660 Univ. Paris-Saclay			Viviane PONS Salle thèses, Bât 650 Univ. Paris-Saclay
17h		Balthazar CHARLES Salle thèses, Bât 650 Univ. Paris-Saclay	Germain POULLOT Jussieu (15/16.101)	

Voici les 4 Thèses de Doctorat et l'Habilitation à Diriger des Recherches que nous vous présentons cette semaine. Vous trouverez ci-dessus le planning et les salles de soutenance. Dans les pages suivantes, nous vous proposons un résumé de chacune des thèses/HDR de cette semaine.

Bonne lecture et n'hésitez pas si vous souhaitez lire nos thèses en détails ou nous poser des questions !

Daniel TAMAYO JIMÉNEZ

tamayo@lri.fr

Thèse de doctorat

Équipe	**Directeurs**	**Soutenance le**
GALaC (LISN)	Viviane PONS Vincent PILAUD	17 octobre 2023, 15h at Amphithéâtre Bât 660 (Digiteo) Univ. Paris-Saclay
Rapporteurs	**Membres du jury**	**Après ma thèse**
Samuele GIRAUDO Torsten MUTZE	Nathalie AUBRUN Mathilde BOUVEL Jean-Christophe NOVELLI Francisco SANTOS LEAL	Transition vers l'industrie en Île-de-France

Combinatoire des permusylvèdres et géométrie des s-permutaèdres

Résumé grand public : En combinatoire algébrique, les treillis sont des ensembles partiellement ordonnés qui possèdent à la fois des opérations inf et sup. L'ordre faible sur les permutations est un exemple classique d'un treillis qui possède une riche structure combinatoire. Cela en a fait un point de départ à partir duquel d'autres objets combinatoires ont été définis. Pour cette thèse, nous nous concentrons sur l'étude de deux familles différentes de treillis en relation avec l'ordre faible : les treillis des permutarbres et le s-ordre faible.

La première partie de la thèse concerne la théorie des quotients de treillis de l'ordre faible en s'appuyant sur le travail de N. Reading. On se concentre spécifiquement sur la famille des quotients des permutarbres de l'ordre faible. En les considérant comme des permutarbres, comme dans le travail de V. Pilaud et V. Pons, nous étendons la technologie des vecteurs de crochet des arbres binaires en définissant les vecteurs d'inversion et les vecteurs cubiques. Le vecteur d'inversion capture l'opération de meet de ces treillis tandis que le vecteur cubique permet de les réaliser géométriquement via un plongement cubique. En changeant de point de vue et en étudiant ces quotients à travers les éléments minimaux de leurs classes de congruence, nous utilisons la description de Coxeter de type A des permutations pour caractériser les permutarbres avec l'aide d'automates. Ces automates capturent l'évitement de motifs ijk et/ou kij impliqués par ces quotients et nous permettent de définir des algorithmes qui généralisent le tri par pile. Dans le cas où le quotient correspond à un treillis cambrien, nous relions nos automates au tri de Coxeter. Nous donnons quelques indications sur le même phénomène pour les groupes de Coxeter de types B et D.

La deuxième partie de cette thèse découle du travail de V. Pons et C. Ceballos qui ont défini le s-ordre faible sur les arbres s-décroissants où s est une séquence d'entiers positifs. Dans le cas de $s = (1, \dots, 1)$, cette définition récupère l'ordre faible. Dans leur premier article, les auteurs ont conjecturé que le s-permutaèdre pouvait être réalisé dans l'espace comme une subdivision polyédrale d'un zonotope. Nous donnons une réponse positive à leur conjecture lorsque s est une séquence d'entiers positifs en définissant un graphe dont leur polytope de flot nous permettent de récupérer le s-ordre faible. Nous utilisons des techniques de flots sur les graphes, de géométrie discrète et de géométrie tropicale pour obtenir des réalisations du s-permutaèdre avec différentes propriétés. Finalement, nous introduisons une opération sur les graphes pour décrire les permutarbres et leurs treillis à travers les polytopes de flot.

Noémie CARTIER

Thèse de doctorat

noemie.m.cartier@gmail.com

Équipe	**Directeurs**	**Soutenance le**
My team	Florent HIVERT Vincent PILAUD	18 octobre 2023, 10h
Rapporteurs	**Membres du jury**	**Après ma thèse**
Jean FROMENTIN Christian STUMP	Emily BARNARD Matthieu JOSUAT-VERGÈS Pierre-Guy PLAMONDON Viviane PONS	my after

Propriétés des treillis des pipe dreams acycliques

Résumé pour specialistes : Cette thèse s'inscrit dans le domaine de la combinatoire algébrique. Certains algorithmes de tri peuvent être décrits par des diagrammes appelés réseaux de tri, et l'exécution de ces algorithmes sur des permutations se traduit alors par des arrangements de courbes sur ces réseaux. Ces arrangements donnent des modèles pour des structures combinatoires classiques : par exemple, le treillis de Tamari, dont les relations de couverture sont les rotations sur les arbres binaires, et qui est un quotient bien connu de l'ordre faible sur les permutations.

Les complexes de sous-mots généralisent les réseaux de tris et les arrangements de courbes aux groupes de Coxeter. Ils ont des liens profonds en algèbre et géométrie, notamment dans le calcul de Schubert, l'étude des variétés grassmanniennes et la théorie des algèbres amassées. Cette thèse s'intéresse aux structures de treillis sur certains complexes de sous-mots, généralisant les treillis de Tamari. Plus précisément, elle étudie la relation définie par les extensions linéaires des facettes d'un complexe de sous-mot.

Dans un premier lieu, nous nous intéressons aux complexes de sous-mots définis sur un mot triangulaire du groupe symétrique, que nous représentons par des arrangements de tuyaux triangulaires. Nous prouvons alors que cette relation définit un quotient de treillis d'un intervalle de l'ordre faible ; par ailleurs, nous pouvons également utiliser cette relation pour définir un morphisme de treillis de cet intervalle au graphe des flips du complexe de sous-mots restreint à certaines de ses facettes. Dans un second lieu, nous étendons notre étude aux complexes de sous-mots définis sur les mots alternants du groupe symétrique. Nous montrons que cette même relation définit également un quotient de treillis ; en revanche, le morphisme associé n'a plus pour image le graphe des flips, mais le squelette du polyhèdre de brique, un objet défini sur les complexes de sous-mots pour étudier des réalisations du multi-associaèdre. Enfin, nous discutons des possibles extensions de ces résultats aux groupes de Coxeter finis, ainsi que de leurs applications pour généraliser certains objets définis en type A comme les treillis de nu-Tamari.

Balthazar CHARLES

Thèse de doctorat

balthazar.charles@gmail.com

Équipe
GALaC (LISN)

Directeur
Nicolas THIÉRY

Soutenance le
18 octobre 2023, 17h

Rapporteurs
Matthew DYER
James MITCHELL

Membres du jury
Lila BOUKHATEM
Suzanna FISCHEL
Vincent PILAUD
Vic REINER
Benjamin STEINBERG

Après ma thèse
La tristitude

Combinatoire et Calculs : Matrices de Cartan des monoïdes & Éléments minimaux des arrangements de Shi

Résumé grand public : Cette thèse présente une investigation sur deux sujets combinatoires distincts : le calcul effectif des matrices de Cartan en théorie des représentations de monoïdes et l'exploration des propriétés des éléments minimaux dans les arrangements de Shi des groupes de Coxeter. Bien que disparates, ces deux domaines de recherche partagent une caractéristique commune dans l'utilisation de méthodes combinatoires et de l'exploration informatique, soit en tant que but en soi pour le premier, soit en tant qu'aide à la recherche pour le second.

Dans la première partie de la thèse, nous développons des méthodes pour le calcul effectif des tables de caractères et des matrices de Cartan en théorie des représentations de monoïdes. À cette fin, nous présentons un algorithme basé sur nos résultats pour le calcul efficace des points fixes sous une action semblable à une conjugaison, dans le but d'implémenter la formule de Cartan de Thiéry de [Thiéry '12]. En utilisant notre méthode de comptage des points fixes, ainsi qu'une nouvelle formule pour la table de caractères des monoïdes finis, nous proposons des algorithmes pour le calcul de ces invariants. En termes de temps d'exécution et d'utilisation de la mémoire, nous mesurons que ces méthodes sont beaucoup plus efficaces que les algorithmes non spécialisés pour les monoïdes, par des ordres de grandeur. Nous espérons que cette implémentation (publique) contribuera à la communauté des représentations de monoïdes en permettant des calculs précédemment impraticables.

La deuxième partie de la thèse se concentre sur les propriétés des éléments minimaux dans les arrangements de Shi. Les arrangements de Shi ont été introduits dans [Shi '87] et font l'objet de la Conjecture 2 de [Dyer, Hohlweg '14]. Initialement motivés par cette conjecture, nous présentons deux résultats. Premièrement, une preuve directe dans le cas des groupes de rang 3. Deuxièmement, dans le cas spécial des groupes de Weyl, nous donnons une description des éléments minimaux des régions de Shi en étendant une bijection de [Athanasiadis, Linusson '99] et [Armstrong, Reiner, Rhoades '15] entre les fonctions de stationnement et les régions de Shi. Cela permet le calcul effectif des éléments minimaux. À partir des propriétés de ce calcul, nous fournissons une preuve sans distinction de type de la conjecture dans les groupes de Weyl en tant qu'application. Ces résultats révèlent une interaction intrigante entre les mondes non-enchevêtrés et non-croisés dans le cas des groupes de Weyl classiques.

Germain POULLOT

germain.poullot@imj-prg.fr

Thèse de doctorat

Équipe
Combinatorics and Optimization
Jussieu

Directeurs
Arnau PADROL
Vincent PILAUD

Soutenance le
19 octobre 2023, 17h
à Jussieu (15/16.101)

Rapporteurs
Fu LIU
Lionel POURNIN

Membres du jury
Jesús DE LOERA
Martina JUHNKE
Frédéric MEUNIER
Vic REINER

Après ma thèse
Post-doc (3 ans)
à Osnabrück (Allemagne)
avec Martina JUHNKE

Combinatoire de la géométrie des chemins et des déformations des polytopes

Résumé grand public : Des 5 solides de Platon à la Grande Arche de La Défense et aux peintures de la Renaissance, les polyèdres apparaissent dans toute l'Histoire des Arts et des Lettres, et ont joué un rôle prééminent en mathématiques. Ils restent omniprésents aujourd'hui en biologie (capside), en chimie (cristallographie), en modélisation (éléments finis), etc. Nombreuses sont leurs applications au quotidien, du design des meubles et des personnages de jeu vidéo, en passant par l'origami, les emballages...

Dans cette thèse, j'étudie les polytopes (la généralisation des polyèdres). J'aborde leur combinatoire, poursuivant les travaux sur le "permutaèdre" dont les sommets correspondent aux permutations des nombres de 1 à n, et dont les déformations font apparaitre de riches structures combinatoires. J'explore aussi les aspects géométriques des polytopes via l'optimisation sous contraintes linéaires afin de relier les travaux existants sur les polytopes de pivot avec les déformations du permutaèdre.

Résumé pour spécialistes : Les principaux objets du présent manuscrit sont les polytopes : un polytope est l'enveloppe convexe d'un nombre fini de points dans l'espace euclidien $\mathbb{R}^d$. Les polytopes sont la généralisation des polygones et des polyèdres en dimensions supérieures. Dans cette thèse, je tente de mettre en lumière des liens entre les aspects géométriques des polytopes et leurs propriétés combinatoires. Deux concepts sont au cœur de ce voyage polytopal : les permutaèdres généralisés et les programmes linéaires.

La première notion découle d'une étude systématique de la combinatoire des polytopes, qui a joué un rôle majeur dans le développement du domaine depuis qu'ils ont été remis sur le devant de la scène durant le XXème siècle. Les polytopes sont naturellement dotés de propriétés combinatoires : premièrement, on peut essayer de comprendre leurs faces (elles-mêmes des polytopes) et comment leurs faces sont incluses les unes dans les autres. Cela mène à la définition du treillis des faces d'un polytope. Si explorer le treillis des faces d'un polytope est déjà fascinant, la question inverse se révèle encore plus féconde : étant donné une structure combinatoire, comment construire un polytope pour l'incarner ? Un exemple emblématique d'une telle quête est la construction du permutaèdre. Découvert par Schoute en 1911, les sommets du permutaèdre sont en bijection avec les permutations. De plus, ses faces peuvent être étiquetées par les partitions ordonnées, tandis que son graphe (orienté) décrit l'ordre de Bruhat sur les permutations. Cela n'est que la partie émergée de l'iceberg : le permutaèdre peut être déformé pour créer les permutaèdres généralisés. Initialement définis par Edmonds sous le nom de polymatoïdes, leur redécouverte par Postnikov en 2009 a été le point de départ d'une myriade de recherches. En particulier, diverses familles combinatoires peuvent être encapsulées dans la combinatoire de certains permutaèdres généralisés.

D'autre part, la programmation linéaire se penche sur les aspects géométriques des polytopes. L'optimisation est connue pour être une théorie extrêmement utile mais notablement difficile, et l'optimisation linéaire englobe les problèmes d'optimisation dans lesquels à la fois les contraintes et la quantité à optimiser sont linéaires par rapport aux variables impliquées. Il existe plusieurs méthodes pour résoudre un problème linéaire, parmi lesquelles certaines ont une complexité polynomiale ; mais la méthode originale, qui reste d'une importance primordiale, est la méthode du simplexe, dont la classe de complexité n'est pas encore pleinement comprise. On peut penser la méthode du simplexe comme l'équivalent de l'élimination gaussienne pour les systèmes d'inégalités linéaires. L'idée clée est de considérer l'ensemble des solutions du système d'inégalités comme un polytope (ou un polyèdre non borné) et de passer d'un sommet à l'un de ses voisins en augmentant la valeur de la fonctionnelle linéaire à chaque étape. Néanmoins, il faut se munir d'une règle indiquant de quelle manière choisir le voisin suivant : c'est la règle de pivot. Le choix d'une bonne règle de pivot a été abondamment étudié, et nous n'avons pas l'intention d'y répondre extensivement ici.

Dans ce manuscrit, nous étudions d'une part les permutaèdres généralisés et le cône sous-modulaire, et d'autre part les polytopes de pivot et les polytopes de fibres. Bien que ces domaines interagissent indéniablement tout au long de la présente thèse, les idées venant d'un côté étant constamment appliquées à l'autre, le résultat prééminent créant un pont entre ces deux domaines est la Section 3.3 : nous montrons que le comportement combinatoire de la classe des "shadow vertex rules" peut être comprise plus aisément en interprétant la question dans le domaine des permutaèdres généralisés. Nous espérons qu'une telle nouvelle perspective puisse ouvrir la voie à une meilleure compréhension des règles de pivot.

Viviane PONS

viviane.pons@lisn.upsaclay.fr

Habilitation à diriger des recherches

Équipe
GALaC, LISN

Soutenance le
20 Octobre 2023, 15h

Rapportrice et rapporteurs
Sylvie CORTEEL
Nathan READING
Vic REINER

Membres du jury
Mireille BOUSQUET-MÉLOU
Florent HIVERT
Lionel POURNIN
Maria RONCO

Combinatorics of the Permutahedra, Associahedra, and Friends

Résumé Je présente un aperçu du travail que j'ai mené ces dix dernières années en combinatoire algébrique, bijective, énumérative et géométrique. Mes deux principaux objets d'étude sont le permutoèdre et l'associaèdre ainsi que les deux ordres partiels liés : l'ordre faible sur les permutations et le treillis de Tamari. Le document contient une introduction générale (chapitres 1 et 2) sur ces sujets accessibles aux non-spécialistes, en particulier aux étudiants. Les chapitres 3 à 8 présentent les recherches que j'ai effectuées et leur contexte général :

— une présentation de la connaissance actuelle sur les intervalles du treillis de Tamari et une description précise de la famille des intervalles-posets de Tamari que j'ai introduite ainsi que de l'involution *montées-contacts* qui prouve la symétrie des montées et des contacts dans les intervalles de Tamari ;

— mes résultats plus récents sur la q,t-énumération des objets de Catalan et intervalles de Tamari, en lien avec les partages triangulaires ;

— la description du treillis des *integer posets*, de l'algèbre de Hopf associée et de leurs liens avec les structures classiques de la combinatoire algébrique ;

— la construction des treillis de permutabres, de l'algèbre de Hopf des permutarbres et des permusylvèdres ;

— la construction de l'ordre s-faible et du s-permutoèdre ainsi que du treillis de s-Tamari et du s-associaèdre.

Le chapitre 9 est dédié à la méthode expérimentale dans la recherche en combinatoire en particulier avec le logiciel `SageMath`. Le chapitre 10 décrit mes actions sur le plan de la diffusion des connaissances et mon approche de l'inclusion dans les mathématiques.