université PARIS-SACLAY

Correction TP de programmation n°7

Cours de programmation modulaire

—Licence MI/IM/MNSI - Info 3—

Classes et Constructeurs

Dans cette séance de travaux pratiques, nous allons apprendre à contrôler la construction d'un objet.

▸ **Exercice 1. (Nombres entiers en précision arbitraire)** Il existe plusieurs formats de stockage des entiers en `C++`, notamment `int` et `long int` (mais aussi `short`, `unsigned short`, `unsigned int` et `unsigned long int`). Avec `int`, celui que nous avons le plus utilisé, on ne peut écrire des nombres que jusqu'à $2^{31} - 1 = 2147483647$. Si l'on incrémente ce nombre, il se produit un dépassement de capacité, le résultat est alors le nombre *négatif* -2147483648. Vous pouvez le tester avec le code du fichier `depcap.cpp` fourni :

```
int n = 2147483647;
cout << n+1 << endl;
```

Ce comportement peut nous bloquer lors d'opérations avec de très grands nombres. Ce problème peut être mitigé avec un `long int`, par exemple, qui a une taille en mémoire plus grande qu'un `int`, mais les `long int` sont aussi limités à $2^{63} - 1 = 9223372036854775807$.

En `C++`, on utilise habituellement la bibliothèque `GnuMultiPrecision` pour résoudre ce problème de limitation (voir `https://gmplib.org/` et `https://gmplib.org/manual/C_002b_002b-Class-Interface` pour les classes `C++`).

Dans cet exercice, nous allons écrire le code par nous mêmes en créant une classe pour modéliser et stocker des nombres entiers naturels sans limitation de précision. On rappelle que l'écriture 2375 en base dix signifie

$$2375 = 5 + 7 \times 10 + 3 \times 100 + 2 \times 1000 = 5 \times 10^0 + 7 \times 10^1 + 3 \times 10^2 + 2 \times 10^3 \,.$$

Le chiffre correspondant à la puissance i de 10 est appelé *chiffre de poids* i. Par exemple dans 2375, le chiffre de poids 0 est 5 et celui de poids 2 est 3.

Le format de stockage d'un nombre va être le suivant :

— les chiffres du nombre sont stockés dans un vecteur de `int` nommé `chiffres`.

— le chiffre de poids i est stocké dans la case i du vecteur. Ainsi pour l'affichage du nombre on commence par la **fin** du vecteur.

— Invariant : le chiffre de plus grand poids doit toujours être différent de zéro.

Ainsi, 456 est codé par le vecteur `{6,5,4}`, et 789065 est codé `{5,6,0,9,8,7}`.

Attention : une conséquence du choix précédent est que le nombre 0 est codé par le vecteur vide et non par le vecteur `{0}`.

Pour cet exercice, vous modifierez le fichier `entier.cpp`.

1. Déclarez et définissez un constructeur à partir d'un vecteur d'entiers donné (pour la classe `Naturel` fournie). Si l'une des entrées du vecteur ne contient pas un chiffre valide (entre 0 et 9), on signalera une exception `invalid_argument`. Pour le moment, on ne s'occupe pas des 0 qu'il pourrait y avoir à la fin du vecteur, ce sera le sujet de la question suivante.

```
13 // Le chiffre de poids i est en position i
14 // Le chiffre de poids le plus fort est différent de zéro
15 struct Naturel {
16   vector<int> chiffres;
17
18   // Constructeurs
19   //
20   Naturel(const vector<int>& ch);
21   Naturel() : chiffres{} {}; // Ajouté en question 5.
22   Naturel(int n); // Ajouté en question 9.
23   //
49 };
56 // Constructeur
57 Naturel::Naturel(const std::vector<int>& ch) : chiffres{ch} {
58   //
59   for (int i : chiffres) {
60     if (i < 0 or i > 9)
61       throw invalid_argument("Chiffre invalide " + to_string(i));
62   }
63   normalise();  // Ajouté en question 3.
64   //
65 }
```

2. Déclarez et définissez une méthode `normalise` qui supprime les 0 à la fin du vecteur de chiffres du `Naturel`, de manière à respecter l'invariant. Attention ! Il ne faut supprimer que les 0 à la fin. On pourra utiliser la méthode `pop_back` des vecteurs. Par exemple, 0420 s'écrira `{0,2,4,0}` et sera normalisé en `{0,2,4}`.

```
69 void Naturel::normalise() {
70   while (chiffres.size() != 0 and chiffres.back() == 0) {
71     chiffres.pop_back();
72   }
73 }
```

3. Appeler cette méthode à la fin du constructeur, pour que le `Naturel` construit soit normalisé.
4. Complétez les tests fournis afin de tester soigneusement le constructeur, en vérifiant bien tous les cas d'erreur et la suppression des 0.

```
 86 TEST_CASE("Constructeur") {
 87   //
 88   CHECK(Naturel{{3, 2, 1}}.chiffres == vector<int>{{3, 2, 1}});
 89   CHECK(Naturel{{2, 2, 0, 0}}.chiffres == vector<int>{{2, 2}});
 90   CHECK(Naturel{{0, 2, 2, 0, 0}}.chiffres == vector<int>{{0, 2, 2}});
 91   CHECK(Naturel{{0, 0, 0}}.chiffres == vector<int>{});
 92
 93   CHECK_THROWS_AS((Naturel{{0, 12, 0}}), invalid_argument);
 94   CHECK_THROWS_AS((Naturel{{0, -1, 2}}), invalid_argument);
 95
 96   // Test du constructeur à partir d'un entier (question 9)
 97   CHECK(Naturel{0}.chiffres == vector<int>{});
 98   CHECK(Naturel{123}.chiffres == vector<int>{{3, 2, 1}});
 99   CHECK(Naturel{1230}.chiffres == vector<int>{{0, 3, 2, 1}});
100   //
101 }
```

5. Écrire le constructeur par défaut qui construit le nombre 0.
6. Écrire une méthode `nb_chiffres` qui retourne le nombre de chiffres. Tester cette méthode.
7. Écrire une méthode `ieme_chiffre` qui retourne le chiffre de poids i. Note : le chiffre de poids 5 de 421 est 0. Tester cette méthode.

```
 28   int nb_chiffres() const { return chiffres.size(); }
 29   int ieme_chiffre(int i) const {
 30     if (i < nb_chiffres()) return chiffres[i]; else return 0;
 31   }
105 TEST_CASE("Méthode nb_chiffres") {
106   //
107   CHECK(Naturel{{3, 2, 1}}.nb_chiffres() == 3);
108   CHECK(Naturel{{2, 2}}.nb_chiffres() == 2);
109   CHECK(Naturel{{0, 2, 2}}.nb_chiffres() == 3);
110   CHECK(Naturel{}.nb_chiffres() == 0);
111   //
112 }
113
114 TEST_CASE("Méthode ieme_chiffres") {
115   //
116   CHECK(Naturel{{3, 2, 1}}.ieme_chiffre(0) == 3);
117   CHECK(Naturel{{2, 2}}.ieme_chiffre(1) == 2);
118   CHECK(Naturel{{0, 2, 2}}.ieme_chiffre(2) == 2);
119   CHECK(Naturel{{0, 2, 2}}.ieme_chiffre(3) == 0);
120   CHECK(Naturel{}.ieme_chiffre(1) == 0);
121   //
122 }
```

8. Surchargez l'opérateur << pour la classe `Naturel`.

```
126 ostream& operator<<(ostream& out, const Naturel &n) {
127   //
128   if (n.chiffres.size() == 0) out << "0";
129   for (int i = n.chiffres.size() - 1; i >= 0; i--)
130     out << n.chiffres[i];
131   return out;
132   //
133 }
```

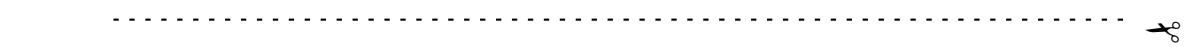
9. Écrivez un constructeur qui prend un `int` habituel. Testez.

```
77 Naturel::Naturel(int n) : chiffres{} {
78   while (n != 0) {
79     chiffres.push_back(n % 10);
80     n = n / 10;
81   }
82 }
```

10. Surchargez les opérateurs == et != pour comparer deux Naturels. Testez ces fonctions.

```
174 //
175 bool Naturel::operator== (const Naturel& b) const {
176   return chiffres == b.chiffres;
177 }
178
179
180 bool Naturel::operator!= (const Naturel& b) const {
181   return not (*this == b);
182 }
183
184 TEST_CASE("operator ==") {
185   CHECK(N0 == N0);
186   CHECK(N1 == N1);
187   CHECK(N2 == N2);
188   CHECK(N1000 == N1000);
189   CHECK(a == a);
190   CHECK(b == b);
191   CHECK(N0 != N1);
192   CHECK_FALSE(N0 != N0);
193   CHECK_FALSE(N0 == N1000);
```

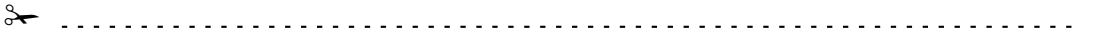
```
194   CHECK_FALSE(N2 == a);
195   CHECK_FALSE(a == b);
196 }
197 //
```



▸ Exercice 2. (Nombres entiers en précision arbitraire (suite))

Cet exercice est prévu pour ceux qui vont vite. S'il vous reste moins d'une heure, passez à l'exercice suivant.

1. Surchargez les opérateurs <, >, <= et >= pour comparer deux Naturels. Vous pourrez vous aider de fonctions annexes, `compare` pour comparer deux int (qui pourra vous retourner différentes valeurs selon que vos deux arguments sont supérieurs l'un à l'autre ou égaux), que vous pourrez surcharger pour comparer deux Naturels. Testez ces fonctions.



```
201
202 //
203 int compare_int(int a, int b) {
204   if (a == b) return 0;
205   if (a > b) return +1;
206   return -1;
207 }
208 int Naturel::compare(const Naturel& b) const {
209   int res = compare_int(chiffres.size(), b.chiffres.size());
210   if (res != 0) return res;
211   for (int i = chiffres.size() - 1; i >= 0; i--) {
212     res = compare_int(chiffres[i], b.chiffres[i]);
213     if (res != 0) return res;
214   }
215   return 0;
216 }
217
218
219 bool Naturel::operator < (const Naturel& b) const {
220 //
221   return compare(b) < 0;
222 //
223 }
224 bool Naturel::operator > (const Naturel& b) const {
225 //
226   return b < *this;
227 //
228 }
229
230 TEST_CASE("operator <"){
231 //
232   vector<Naturel> testsample = {N0, N1, N2, N1000 , a, b};
```

```
233   for (int i = 0; i < int(testsample.size()); i++)
234     for (int j = 0; j < int(testsample.size()); j++) {
235       CHECK((testsample[i] < testsample[j]) == (i < j));
236       CHECK((testsample[i] > testsample[j]) == (i > j));
237     }
238 //
239 }
240
241 bool Naturel::operator <= (const Naturel& b) const {
242 //
243   return compare(b) <= 0;
244 //
245 }
246 bool Naturel::operator >= (const Naturel& b) const {
247 //
248   return b <= *this;
249 //
250 }
251 TEST_CASE("operator <="){
252 //
253   vector<Naturel> testsample = {N0, N1, N2, N1000, a, b};
254   for (int i = 0; i < int(testsample.size()); i++)
255     for (int j = 0; j < int(testsample.size()); j++) {
256       CHECK((testsample[i] <= testsample[j]) == (i <= j));
257       CHECK((testsample[i] >= testsample[j]) == (i >= j));
258     }
259 }
260 //
```

2. Surchargez l'opérateur +. Testez cette fonction.

```
265 Naturel Naturel::operator+ (const Naturel &b) const {
266 //
267   if (chiffres.size() > b.chiffres.size()) {
268     return b + *this;
269   }
270   Naturel res{};
271   bool retenue = false;
272   int i = 0;
273   while (i < int(chiffres.size())) {
274     int ch = chiffres[i] + b.chiffres[i] + retenue;
275     retenue = (ch >= 10);
276     if (retenue) ch -= 10;
277     res.chiffres.push_back(ch);
278     i++;
279   }
280   while (i < int(b.chiffres.size())) {
281     int ch = b.chiffres[i] + retenue;
282     retenue = (ch >= 10);
283     if (retenue) ch -= 10;
```

```
284       res.chiffres.push_back(ch);
285       i++;
286     }
287     if (retenue)
288       res.chiffres.push_back(retenue);
289     return res;
290   //
291   }
292
293   TEST_CASE("operator +"){
294   //
295     vector<Naturel> testsample = {N0, N1, N2, N1000, a, b};
296     CHECK(N0 + N0 == N0);
297     for (Naturel n : testsample) {
298       CHECK(N0 + n == n);
299       CHECK(n + N0 == n);
300     }
301     for (Naturel n : testsample)
302       for (Naturel m : testsample)
303         CHECK(n + m == m + n);
304     for (Naturel n : testsample)
305       for (Naturel m : testsample)
306         for (Naturel p : testsample)
307           CHECK((n + m) + p == n + (m + p));
308     CHECK(a + b == Naturel{{0, 0, 6, 3, 0, 3, 1, 5}});
309   //
310   }
```

3. Surchargez l'opérateur `-=`. Testez cette fonction.

```
315   void Naturel::operator-=(const Naturel &b) {
316     if (chiffres.size() < b.chiffres.size())
317       throw runtime_error("Soustraction impossible");
318     bool retenue = false;
319     int i = 0;
320     while (i < int(b.chiffres.size())) {
321       chiffres[i] -= b.chiffres[i] + retenue;
322       retenue = (chiffres[i] < 0);
323       if (retenue) chiffres[i] += 10;
324       i++;
325     }
326     while (i < int(chiffres.size()) and retenue) {
327       chiffres[i] -= retenue;
328       retenue = (chiffres[i] < 0);
329       if (retenue) chiffres[i] += 10;
330       i++;
331     }
332     if (retenue)
333       throw runtime_error("Soustraction impossible");
334     normalise();
335   }
```

4. Surchargez l'opérateur -. Testez cette fonction.

```
339 Naturel Naturel::operator-(const Naturel& b) const {
340   Naturel res{*this};
341   res -= b;
342   return res;
343 }
344
345 TEST_CASE("operator -"){
346   vector<Naturel> testsample = {N0, N1, N2, N1000, a, b};
347   for (Naturel n : testsample) {
348     CHECK(n - N0 == n);
349     CHECK(n - n == N0);
350   }
351   for (int i = 0; i < int(testsample.size()); i++)
352     for (int j = 0; j < int(testsample.size()); j++) {
353       Naturel a = testsample[i];
354       Naturel b = testsample[j];
355       if (i < j) {
356         CHECK_THROWS_AS(a - b, runtime_error);
357       } else {
358         CHECK((a - b) + b == a);
359       }
360     }
361 }
```

5. Pour vérifier "l'efficacité" de notre méthode, nous allons regarder quelle est la plus grande valeur qu'un long int peut prendre en comparaison avec nos objets de la classe Naturel. En effet, les long int ont une taille limitée en mémoire, et ne peuvent pas avoir une valeur trop grande. Écrivez une boucle qui en commençant à 1, à chaque étape, double le long int et le naturel et les affiche. Observez le résultat.

```
368 int main(int argc, const char** argv) {
369   doctest::Context context(argc, argv);
370   int test_result = context.run();
371   if (context.shouldExit()) return test_result;
372         //
373   long int ni = 1;
374   Naturel n{{1}};
375   for (int i=1; i<100; i++) {
376     n = n + n;
377     ni = ni + ni;
378     cout << i << " : " << ni << " " << n << endl;
```

```
379     }
380     //
381     return 0;
382 }
```

La bibliothèque GMP fonctionne selon le même principe, sauf que c'est un gros gaspillage de place mémoire et de temps que de calculer en base 10 en ne stockant qu'un seul chiffre dans chaque case du vecteur. On pourrait faire mieux en stockant par exemples 3 chiffres, c'est à dire en calculant en base 1000. Pour optimiser au maximum, GMP calcule en base 2^{64}.

▸ Exercice 3. (Les tours de Hanoi)

Le jeu des tours de Hanoi (voir `https://fr.wikipedia.org/wiki/Tours_de_Hano%C3%AF`) est un puzzle de réflexion dans lequel on déplace des disques de diamètres différents sur trois piquets (les tours). On a une tour de départ sur laquelle tous nos disques seront installés dans l'ordre décroissant de bas en haut (les plus grands en bas les plus petits en haut). On a une tour d'arrivée sur laquelle on veut reproduire la pyramide de disques de la tour de départ.

Pour bouger les disques, il y a deux règles :

— On ne peut déplacer qu'un disque à la fois ;

— On ne peut placer un disque que sur un disque plus grand ou un emplacement vide.

Dans cet exercice, nous allons modéliser les tours de Hanoi, mais nous n'allons pas modéliser leur résolution.

Vous modifierez le fichier `hanoi.cpp`. On vous y a fourni une surcharge de l'opérateur << pour les tableaux et pour les vecteurs.

1. Complétez la classe Hanoi. Elle aura pour attributs :
   — le nombre de disques
   — le nombre de mouvements depuis le début.
   — un vecteur de la position des disques (la case d'indice i contient l'indice du piquet sur lequel se trouve le disque i) ; Par exemple `{0,1,1,2}` signifie que le disque zéro est sur le piquet 0, les disques 1 et 2 sur le piquet 1 et le disque 3 sur le piquet 2).
   — un vecteur de la position "objectif" des disques (exemple : si on veut que les quatre disques soient sur le piquet 1 : `{1,1,1,1}`)

```
26 struct Hanoi {
27   int nb_disques, nb_mvmts;
28   //
29   vector<int> statut;
30   vector<int> objectif;
31   // constructeur
```

```
32    Hanoi(int nb_disques);
33    //
34
35    array<vector<int>, 3> piquets_statut() const;
36    //
37    /** reinitialiser le plateau **/
38    void reinitialise();
39    void bouge_disque(int deb, int fin);
40    bool gagne() const;
41    //
42  };
```

2. Écrivez le constructeur de la classe Hanoi qui prend en paramètre le nombre de disques avec la syntaxe `Hanoi::Hanoi(int nb)`, et qui construit l'état initial du jeu.

```
50  //
51  Hanoi::Hanoi(int nb) :
52      nb_disques{nb},
53      nb_mvmts{0},
54      statut(nb, 0),
55      objectif(nb, 1) {
56  }
57  //
```

3. Écrivez une méthode `reinitialise` permettant de réinitialiser le "plateau" (un élément de la classe Hanoi).

```
61  //
62  void Hanoi::reinitialise() {
63    nb_mvmts = 0;
64    statut = vector<int>(nb_disques, 0);
65  }
66  //
```

4. Écrivez une méthode `piquets_statut` permettant d'obtenir le tableau de vecteurs trié des disques sur chaque piquet (par exemple pour la situation : piquet 0 : 5 4 3, piquet 1 : 2, piquet 2 : 1 0, la méthode retournera le tableaux de vecteur `{{3,4,5},{2},{0,1}}`).

```
70  //
71  // get the statut of the disks on the peg
72  array<vector<int>, 3> Hanoi::piquets_statut() const {
73    //
74    array<vector<int>, 3> res;
75    for (int j = 0; j < nb_disques; j++) {
76      res[statut[j]].push_back(j);
77    }
78    return res;
79  //
80  }
```

5. Écrivez une méthode `void Hanoi::bouge_disque(int deb, int fin)` pour bouger un disque. Cette méthode prendra en paramètres le piquet de départ et le piquet d'arrivée. Bien sûr, on signalera une exception si le mouvement n'est pas valide.

```
110 //
111 void Hanoi::bouge_disque(int deb, int fin) {
112   //
113   if (deb < 0 or deb >= 3)
114     throw invalid_argument("Pas de piquet no " + to_string(deb));
115   if (fin < 0 or fin >= 3)
116     throw invalid_argument("Pas de piquet no " + to_string(fin));
117   array<vector<int>, 3> piquet_sorted = piquets_statut();
118   if (piquet_sorted[deb].size() == 0) {
119     throw invalid_argument("Pas de disque en position " + to_string(deb));
120   } else {
121     if (piquet_sorted[fin].size() != 0 and
122         piquet_sorted[fin][0] < piquet_sorted[deb][0]) {
123       throw invalid_argument("Mouvement interdit !");
124     } else {
125       nb_mvmts += 1;
126       statut.at(piquet_sorted[deb][0]) = fin;
127     }
128   }
129 }
130
131 TEST_CASE("move disk and reinitialiser") {
132   Hanoi a(5);
133   Hanoi b = a;
134   b.bouge_disque(0, 1);
135   array<vector<int>, 3> piquet_a = a.piquets_statut();
136   array<vector<int>, 3> piquet_b = b.piquets_statut();
137   array<vector<int>, 3> tab_a = {{{{0, 1, 2, 3, 4}}, {}, {}}};
138   array<vector<int>, 3> tab_b = {{{{1, 2, 3, 4}}, {{0}}, {}}};
139   CHECK(piquet_a != piquet_b);
140   CHECK(piquet_a == tab_a);
141   CHECK(piquet_b == tab_b);
```

```
142   b.reinitialise();
143   piquet_b = b.piquets_statut();
144   CHECK(piquet_a == piquet_b);
145 }
146 //
```

6. Testez cette fonction ainsi que la fonction `reinitialise`.
7. Écrivez une méthode `gagne` permettant de savoir si l'état du plateau est l'état "objectif", donc si on a bien gagné.

```
151 //
152 // est ce que le statut est egal a l'objectif ?
153 bool gagne(Hanoi h) { return h.statut == h.objectif; }
154
155 TEST_CASE("gagne") {
156   Hanoi a(2);
157   Hanoi b = a;
158   b.bouge_disque(0, 2);
159   b.bouge_disque(0, 1);
160   b.bouge_disque(2, 1);
161   CHECK(gagne(a) == false);
162   CHECK(gagne(b) == true);
163 }
164 //
```

8. Écrivez le programme principal avec une boucle qui affiche l'état du jeu et demande à l'utilisateur deux entiers décrivant les piquets de début et fin du mouvement qu'il souhaite effectuer.

```
168 int main(int argc, const char **argv) {
169   doctest::Context context(argc, argv);
170   int test_result = context.run();
171   if (context.shouldExit()) return test_result;
172
173   //
174   // test d'affichage
175   int val;
176   cout << "Entrez un nombre de disques : ";
177   cin >> val;
178   Hanoi h(val);
179   int dep;
180   int fin;
181   while (gagne(h) == false) {
182     cout << h << endl;
```

```
183       cout << "Entrez les piquet de départ et d'arrivée : ";
184       cin >> dep >> fin;
185       try {
186         h.bouge_disque(dep, fin);
187       } catch (invalid_argument &e) {
188         cout << "Mouvement impossible : " << e.what() << endl;
189       }
190     }
191     cout << h << endl;
192     cout << "Gagné en " << h.nb_mvmts << " mouvements !" << endl;
193     //
194     return 0;
195   }
```

---

9. Vous pouvez maintenant essayer de résoudre le casse-tête !