Optimisation Multi-Objectif par Algorithmes d'Evolution

Michèle Sebag

Équipe Inférence et Apprentissage

Laboratoire de Recherche en Informatique

Université d'Orsay

Michele.Sebag@lri.fr

http://www.lri.fr/~sebag

Février 2003

Optimisation multi-objectif

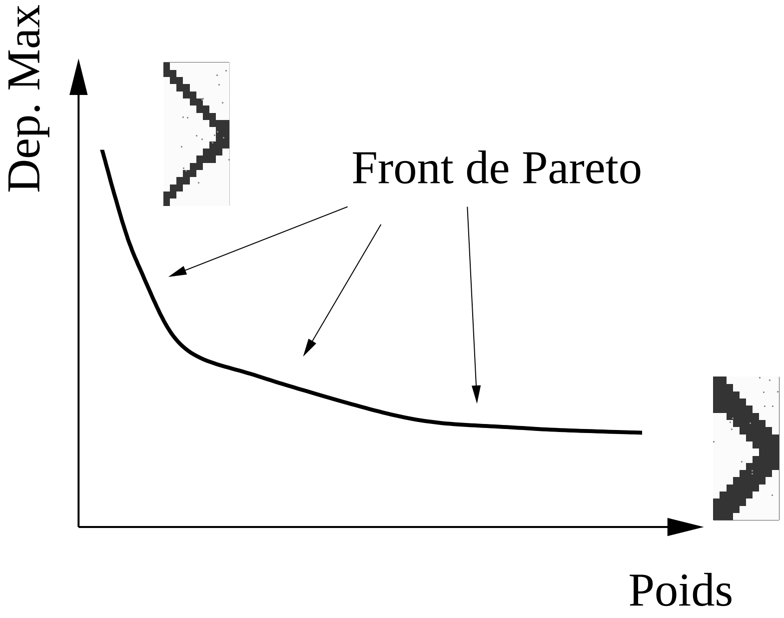
- Les problèmes réels mettent en fait en jeu plusieurs objectifs
- le plus souvent contradictoires
- Compromis?

Notion de dominance

Domination au sens de Pareto : *x domine y* si $\forall i \in [1, K], \mathcal{F}_i(x) \leq \mathcal{F}_i(y)$ et
$\exists i \in [1, K], \mathcal{F}_i(x) < \mathcal{F}_i(y)$

Front de Pareto = individus non-dominés

Meilleurs compromis possibles



Démarche idéale :

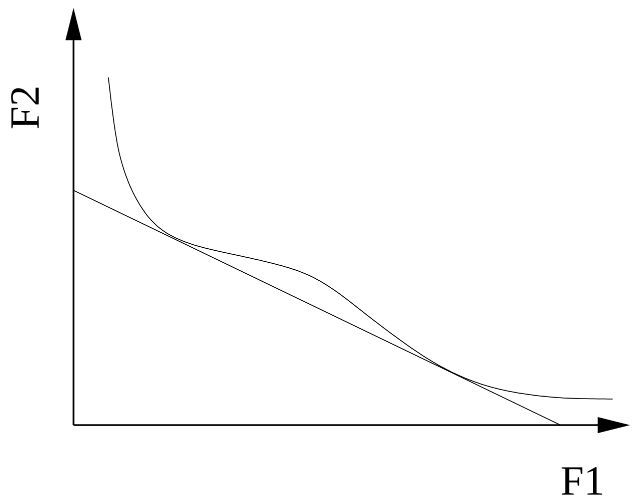
- Identification du front de Pareto
- Prise de décision à information complète

Approche classique

Aggrégation des critères

$$\begin{cases} Argmin \sum_0^N \lambda_i \mathcal{F}_i(X), \\ \lambda_i \geq 0 \text{ ssi } \mathcal{F}_i \text{ à min.} \\ \sum |\lambda_i| = 1 \end{cases}$$

- Il faut choisir les poids *a priori*
- Autant de calculs que de combinaisons de poids
- Parties concaves du Front de Pareto inaccessibles



Approches évolutionnaires non-Pareto

- **VEGA**
  - Sélectionner $\frac{P}{k}$ individus selon chacun des k critères
  - Ne conserve que les points extrèmes pour un des critères.
- **Poids mouvants**
  - Poids (normalisés) codés dans le génotype
  - Partage et croisement restreints indispensables
- Peu efficaces

Performances améliorées par archivage

Approches évolutionnaires Pareto (EMOAs)

Il "suffit" de modifier la sélection . . . Se ramener à un scalaire?

et on peut espérer échantillonner tout le front de Pareto

génotypiquement ou phénotypiquement?

Mais attention à la perte de diversité Dérive génétique

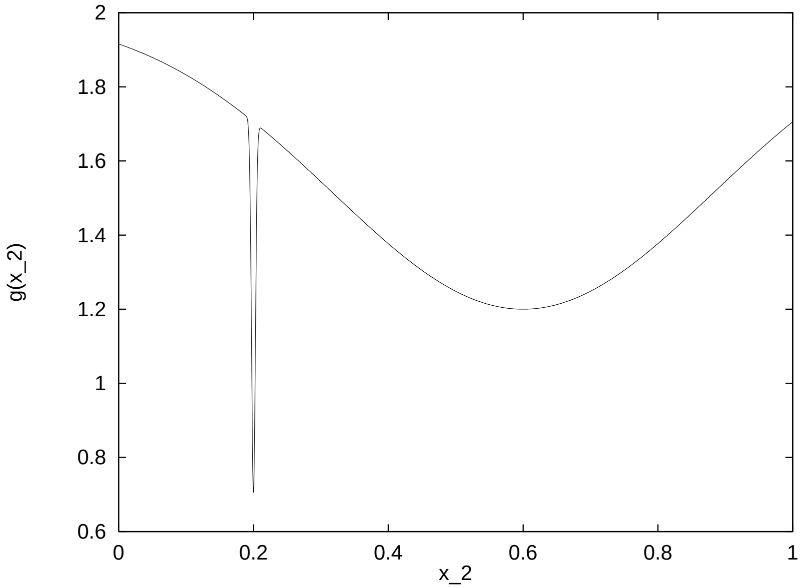
Historique

- MOGA Fonseca et Fleming 1993
- NSGA Srivanas et Deb 1993
- NPGA Horn et Nafpliotis 1993
- SPEA Eckart et Zitzler 1998
- PAES Knowles et Corne 1999
- NSGA-II Deb 1999

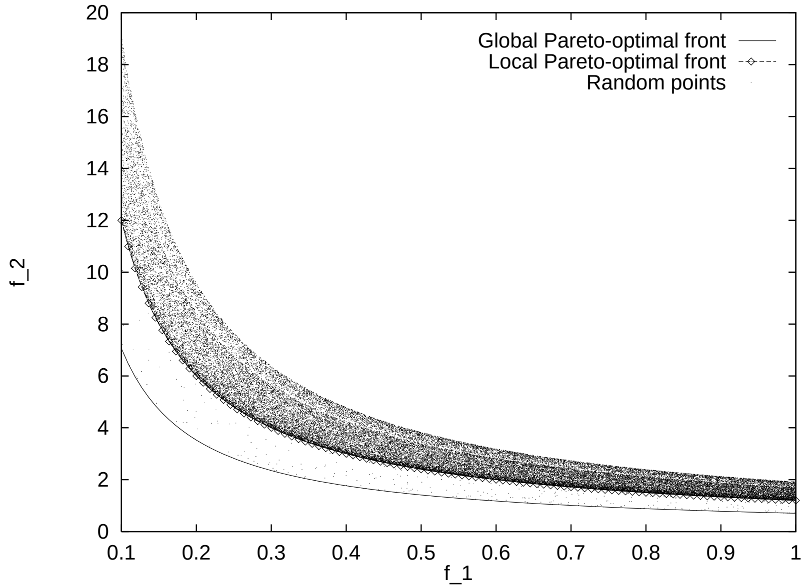
Problémes test "Pareto-multimodaux"

K. Deb

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2) & = x_1, \\ f_2(x_1, x_2) & = \frac{g(x_2)}{x_1} \end{cases}$$



Function g



50000 points uniformément choisis **dans l'espace génotypique**

Concepts-clé

- **Rang de domination** MOGA

  p(i) = nombre d'individus dominant i

  rang(i) = 1+p(i) à minimiser

  Nécessite un critère secondaire (e.g. partage génotypique)

- **Rang de Pareto** NSGA, NSGA-II

  Non-dominés = rang 1

  Non-dominés sauf par rang 1 = rang 2 . . .

  Nécessite un critère secondaire (e.g. partage génotypique)

- **Tournoi de Pareto** NPGA

  Pour comparer 2 individus,

  – tirer uniformément t_{dom} individus-test

  – comparer combien domninent chaque compétiteur

  Nécessite un critère secondaire (e.g. partage phénotypique)

- **Élitisme au sens de Pareto** – archive SPEA, PAES

  – Archiver les individus non-dominés rencontrés

  – Faible Archive passiv

  – Fort Archive participe à la sélectio

  – Problème : taille (et mise à jour) Clustering – SPE

Préserver la diversité

- Partage génotypique classique MOGA, NSGA
- Partage sur distance phénotypique (espace des critères) NPGA
- "Force" de domination, à minimiser SPEA

  Si $i \in$ archive, $force(i) = \frac{\#\text{dominés}}{taillepop}$

  Sinon, $force(i) = 1 + \sum_{j \in archive,\ j\ domine\ i} force(j)$

  Tournoi selon les forces – dans pop et archive

- Mesure de dépeuplement NSGA-II

  Pour chaque critère i

  - Trier selon critère i cher?
  - $d_i(x) = dist(x, x^+) + dist(x, x^-)$, x^+ et x^- voisins de x dans la liste triée

  $d_{depeuplement} = \sum_i d_i(x)$

  Critère secondaire avec un rang de Pareto à maximiser

Un exemple: Le retour du fils de NSGA-II++

Olga Roudenko

Les comparaisons se font selon le rang de Pareto,
et si égaux, la mesure de dépeuplement

Algorithme

- Sélection par tournoi
- Opérateurs de variation
- Remplacement déterministe type ES+
- Si archive, mise à jour de l'archive — dominance
  et purge de l'archive — suivant mesure de dépeuplement

Remarque: Archive ou grande population

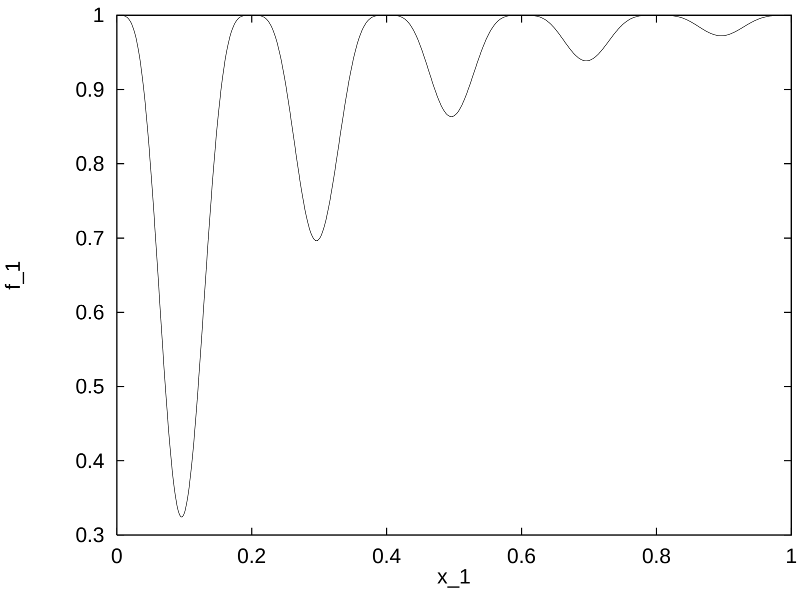
Problèmes ouverts

- Comparaison des performance de 2 EMOAs — Problème multi-critère :-)
- Théorie???
- Passage à l'échelle — Nombre d'objectifs
  Taille de la population et/ou de l'archive
- Focalisation dans les régions intéressantes — Pas tout le front de Pareto
- Nichage génotypique ou phénotypique?

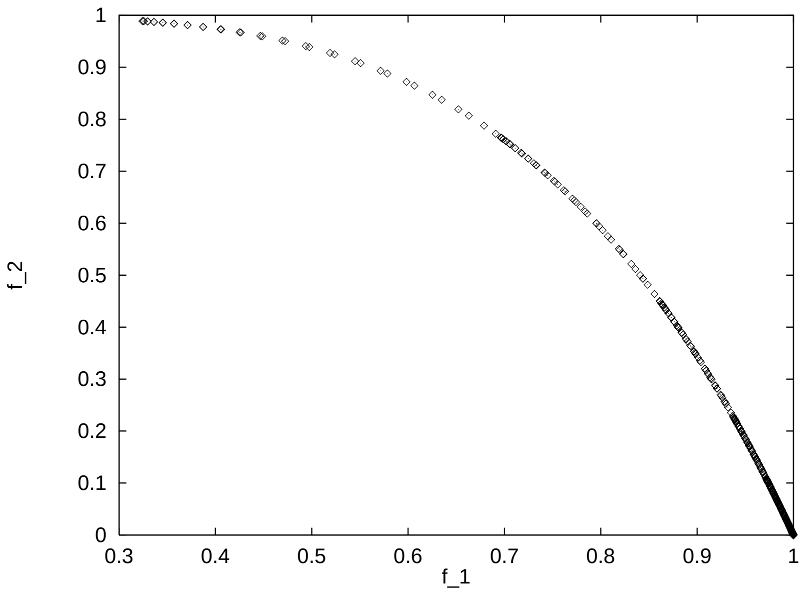
Quel nichage?

K. Deb

$$\begin{cases} f_1(x_1,x_2) & = 1 - exp(-4x_1)sin^4(5\pi x_1), 0 \leq x_1 \leq 1, \\ f_2(x_1,x_2) & = x_2\left(1 - \frac{f_1}{x_2}\right)^4 \end{cases}$$

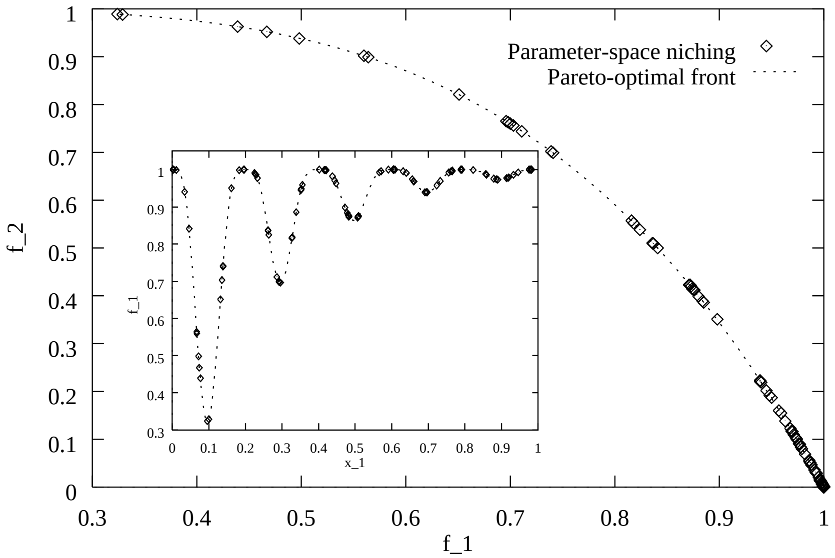


Function f_1

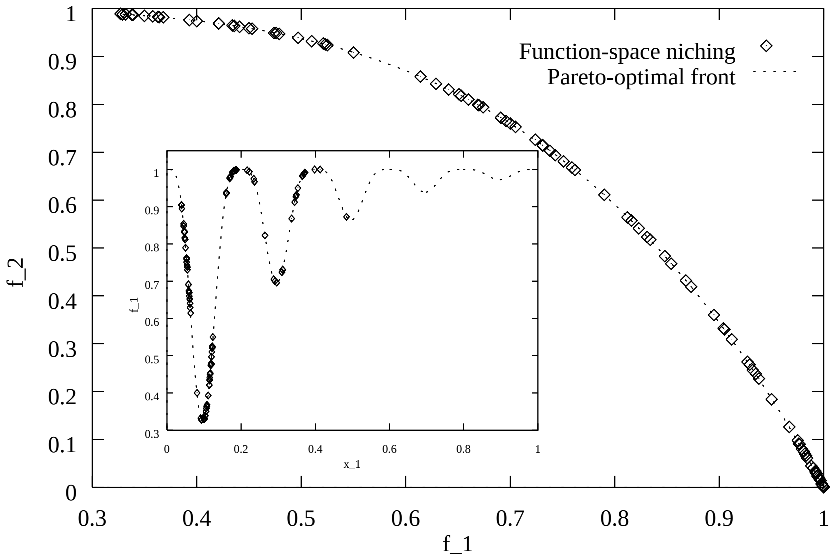


Front de Pareto - 500 points uniformément répartis en x_1

Résultats de NSGA



avec nichage génotypique



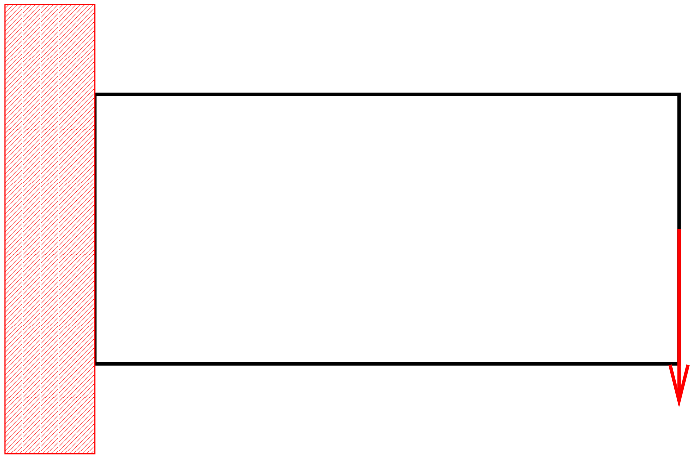
avec nichage phénotypique

Optimisation topologique de formes

- Trouver une forme d'un domaine donné
- de poids minimal
- avec des contraintes sur le comportement mécanique

Exemple : Optimisation en rigidité

Bornes sur le déplacement maximal (et/ou les contraintes mécaniques) sous des chargements donnés



Optimisation modale

Éviter des plages de valeurs propres

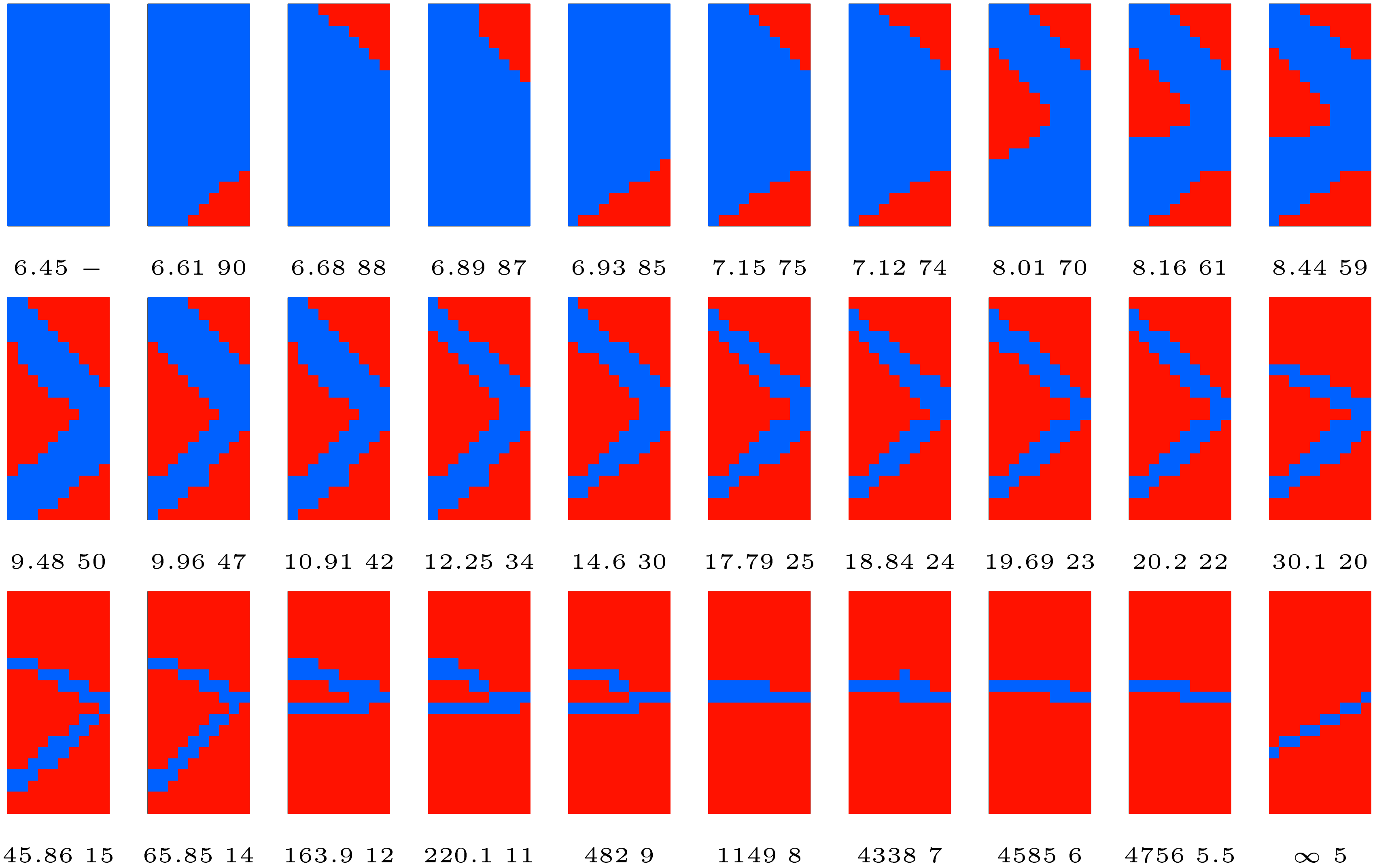
Optimisation de formes multi-objectif

- **Optimisation en rigidité**
  Minimiser le poids et le déplacement maximal

- **Optimisation modale – pas réaliste**
  Maximiser la première valeur propre et minimiser le poids
  avec des contraintes de connectivité

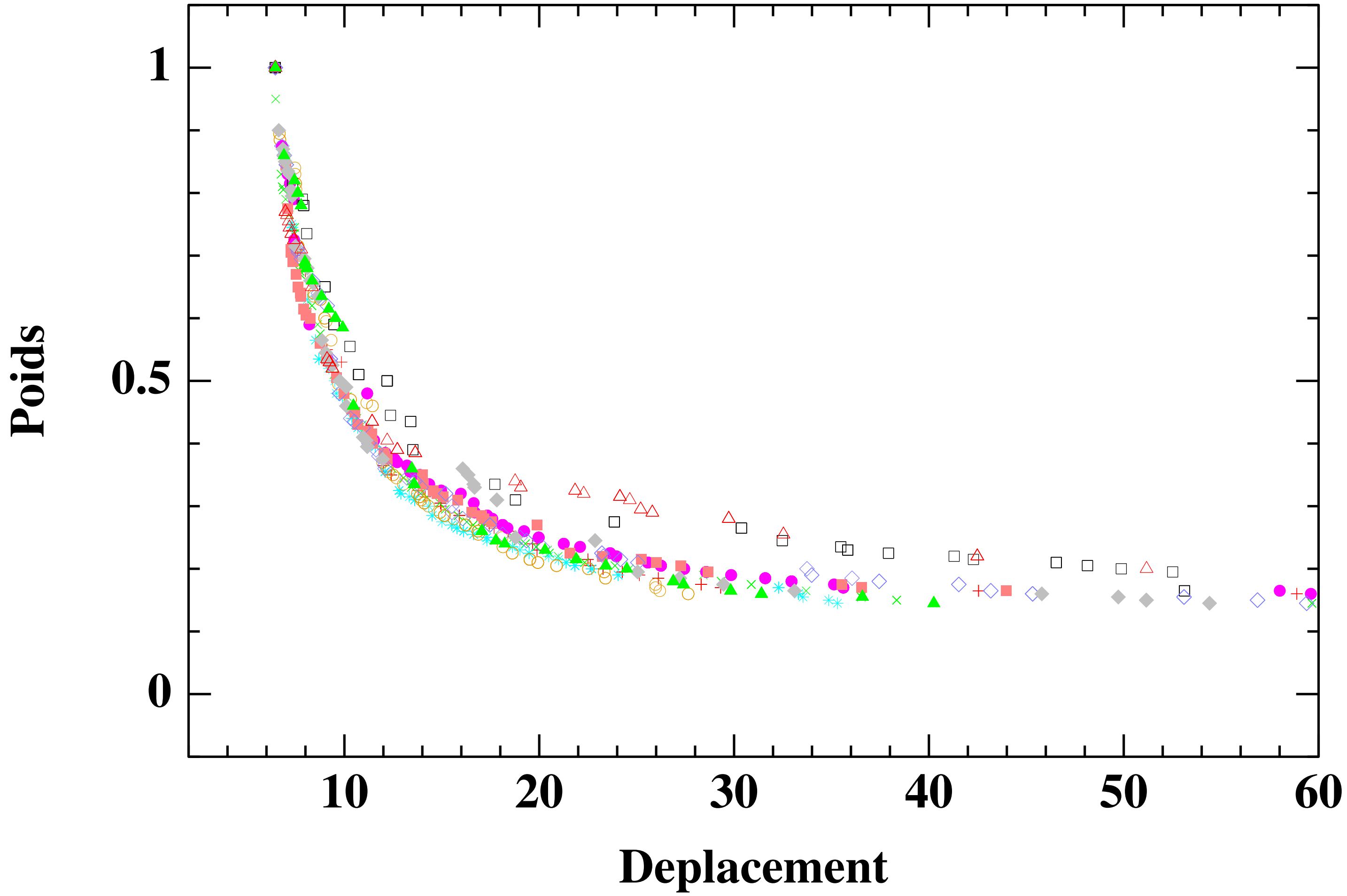
- **Optimisation modale**
  Minimiser le poids et le déplacement maximal
  et maximiser la première valeur propre

Poids et déplacement maximal

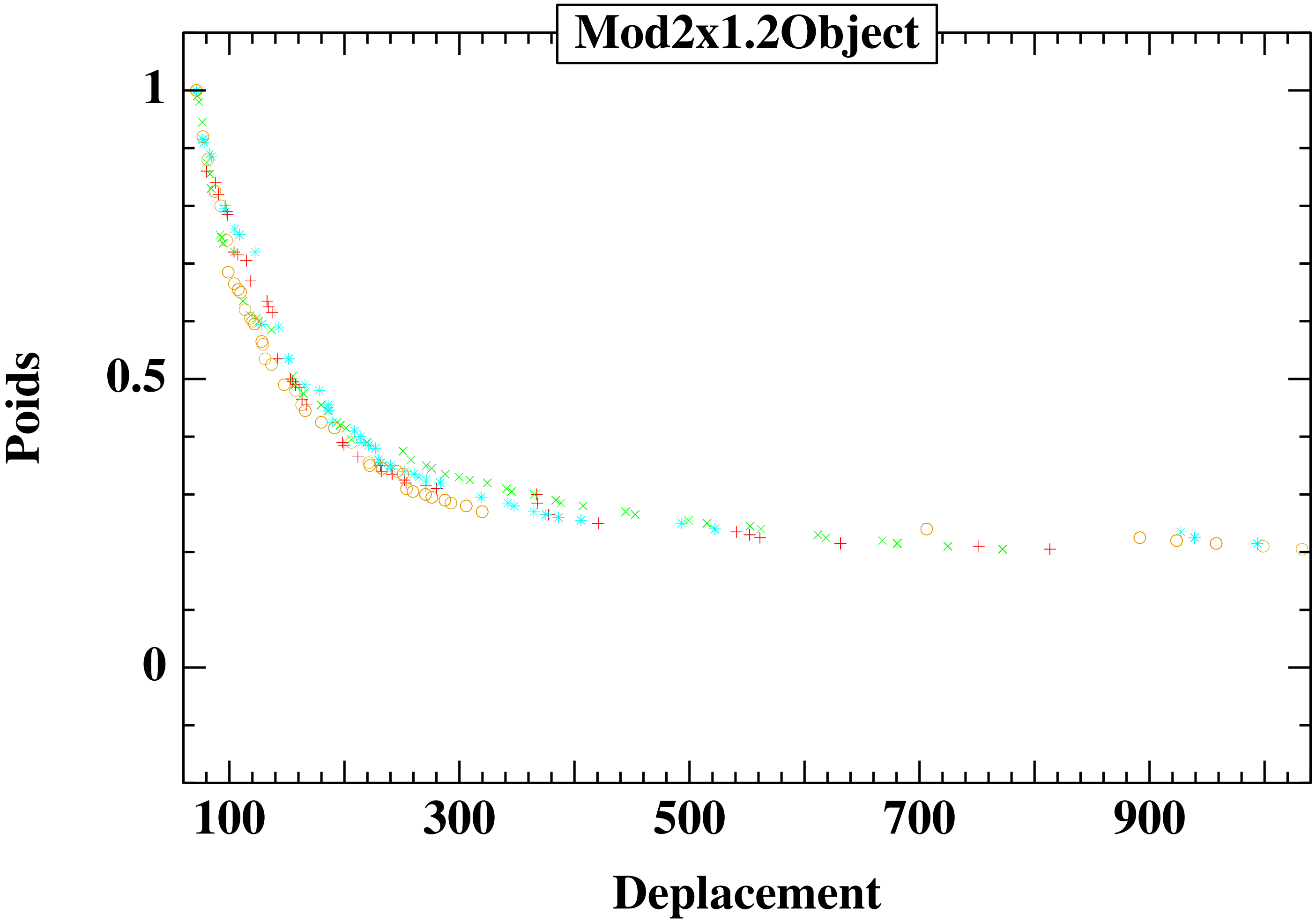


Temps de calcul ≡ un calcul mono-objectif !

Poids et déplacement maximal: front de Pareto

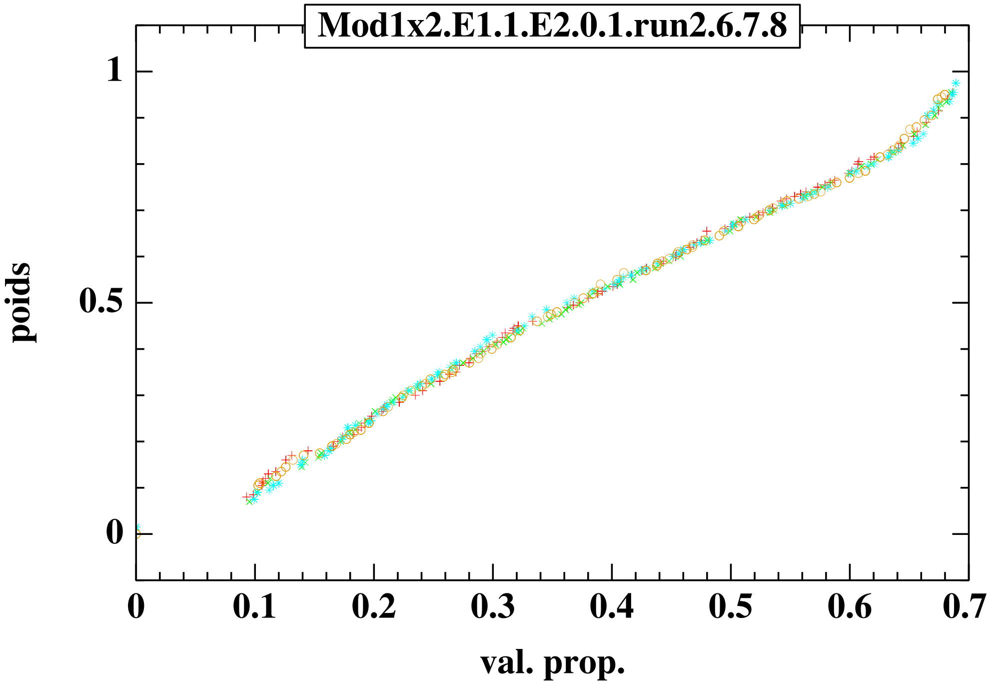


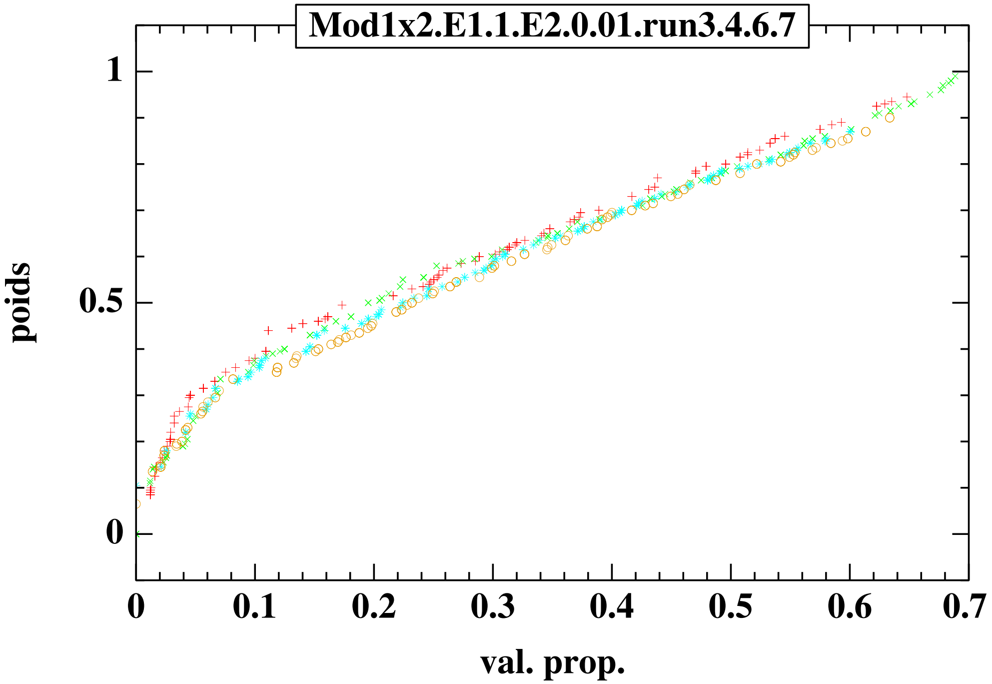
Poids et déplacement maximal - console 2 $\times$ 1: front de Pareto



Poids et valeur propre

Poids et valeur propre





E2=0.1 E2=0.01

E2 = valeur factice du "module d'Young du vide"

Poids, déplacement maximal et valeur propre

Pour les 2 plaques consoles

Conclusion et perspectives

Souplesse et robustesse de l'approche évolutionnaire en optimisation de forme

- La formulation en problème sous contraintes est immédiate ...
- permet de traiter tout modèle mécanique ...
- et d'obtenir plusieurs solutions
- L'approche multi-objectif permet d'obtenir pour **le même coût** les meilleurs compromis possibles (front de Pareto).

Perspectives :

- Echantillonner une partie du front de Pareto seulement
- Eviter/rechercher des plages de valeurs propres
- Appliquer à des problèmes réels