

Chapitre 7

Test Basé sur la Spécification des Types Abstraites de Données

Rappel sur les Types en Lotos

- ◆ Description des propriétés requises, indépendante de la future implémentation
- ◆ Signature + Axiomes
- ◆ Permettent des développements (et des évolutions) indépendants
 - du composant logiciel qui implémente le type et
 - des composants qui l'utilisent

Exemple basique

type Boolean is

sort Bool

opns

true, false : \rightarrow Bool

not : Bool \rightarrow Bool

eqns

ofsort Bool

not(true) = false

not(false) = true

endtype

Exemple plus sophistiqué (1)

```
type FileNat is NaturalNumber
```

```
sorts File
```

```
opns
```

```
vide :      → File
```

```
ajouter :   File, Nat → File
```

```
retirer :   File → File
```

```
premier :   File → Nat
```

Exemple plus sophistiqué (2)

eqns

forall x, y : Nat, z : File

ofsort Nat

premier (ajouter(vide, x)) = x

premier (ajouter(ajouter(z, x), y) =

premier(ajouter(z, x))

ofsort File

retirer (ajouter(vide, x)) = vide

retirer (ajouter(ajouter(z, x), y) =

ajouter(retirer(ajouter(z, x)), y)

endtype (* FileNat *)

Particularités du test basé sur les spécifications algébriques

- ◆ On ne peut pas vérifier un couple <données, résultat>
- ◆ On veut vérifier que les opérations implémentées par le programme satisfont les axiomes
- ◆ Exemples :

$$x + y = y + x$$

$$\text{premier}(\text{ajouter}(\text{ajouter}(z, x), y)) = \text{premier}(\text{ajouter}(z, x))$$

Qu'est-ce qu'un test?

- ◆ P fournit des procédures ou des fonctions pour exécuter les opérations op de la signature
 - (exemple : classe Java, paquetage Ada, structure ML ...)
- ◆ op est implémentée par op_P
 - *Etant donné une expression sans variable, t , on note t_P le résultat de son calcul par P*
- ◆ Soit ε une équation de la signature
 - **test** de ε : toute instantiation close $t = t'$ de ε
 - **expérience de test** de P contre $t = t'$: évaluations de t_P et t'_P et comparaison des valeurs résultats
 - **NB** : oracle \Leftrightarrow test de l'égalité
- ◆ Ces définitions se généralisent facilement aux axiomes conditionnels positifs

Jeu de test exhaustif

- ◆ Soit une spécification $SP = (\Sigma, Ax)$, le *jeu de test exhaustif* de SP , noté $Exhaust_{SP}$ est l'ensemble de toutes les instances closes bien typées de tous les axiomes de SP :
 - **NB1** : définition dérivée de la notion classique de satisfaction d'un axiome
 - **NB2** : On n'a pas forcément d'oracle « fini » pour toutes les formes d'axiomes (\forall, \exists) ;
 - **NB3** : $Exhaust_{SP}$ est exhaustif par rapport à la spécification, pas toujours par rapport au programme...

Hypothèse de testabilité

- ◆ Inévitable : quand on teste un système, on est obligé de faire des hypothèses sur son comportement et son environnement
- ◆ Ici : P est Σ -testable si :
 - Les opérations sont déterministes
 - Toutes les valeurs sont spécifiées (pas de junks)
 - Notation : H_{\min}

Test et correction

- ◆ Sous l'hypothèse de testabilité, le succès du test exhaustif garantit la correction de P
- ◆ Mais comment sélectionner des sous-ensembles finis de $Exhaust_{SP}$?
- ◆ La *Sélection du Jeu de Test* est basée sur le texte de la spécification (test boîte noire)
- ◆ une des solutions: “test par partition”
 - couverture des ensemble de valeurs par un nombre fini de sous-ensembles (sous-domaines)
 - choix d'au moins une donnée de test dans chaque sous-ensemble

Sélection et Hypothèses

- ◆ On fait des hypothèses PLUS FORTES sur P
- ◆ Exemple : *Hypothèse d'Uniformité*
 - $\Phi(X)$ formule, P programme, D sous-domaine
 - $(\forall t_0 \in D)(P \models \Phi(t_0) \Rightarrow (\forall t \in D)(P \models \Phi(t)))$
- ◆ Détermination des sous-domaines ? *guidée par la spécification, à suivre...*
- ◆ Autre exemple : *Hypothèse de Régularité*
 - $((\forall t \in T_\Sigma)(|t| \leq k \Rightarrow P \models \Phi(t))) \Rightarrow (\forall t \in T_\Sigma)(P \models \Phi(t))$
 - Détermination de $|t|$? *cf. spécification*

Une Méthode

- ◆ Point de départ : couverture des axiomes (un test par axiome)
- ◆ \Rightarrow hypothèses d'uniformité fortes sur les sortes des variables ou sur le domaine de validité des prémisses
- ◆ Exemple : 4 cas de tests pour **FileNat**
 - $\text{premier}(\text{ajouter}(\text{vide}, x)) = x$
 - $\text{premier}(\text{ajouter}(\text{ajouter}(z, x), y)) = \text{premier}(\text{ajouter}(z, x))$
 - $\text{retirer}(\text{ajouter}(\text{vide}, x)) = \text{vide}$
 - $\text{retirer}(\text{ajouter}(\text{ajouter}(z, x), y)) = \text{ajouter}(\text{retirer}(\text{ajouter}(z, x)), y)$
- ◆ 2 sous-domaines d'uniformité pour les files : files à un élément, files à plus de un élément
- ◆ Uniformité sur les entiers

Affaiblissement des hypothèses

- ◆ Affaiblissements successifs par utilisation des axiomes de la spécification
- ◆ Une manière naturelle pour découvrir des sous-domaines est de faire de *l'analyse de cas sur la spécification*
- ◆ Exemple : on ajoute à FileNat :

est-dans : File, Nat \rightarrow Bool

ofsort Bool

est-dans (vide, x) = false

est-dans(ajouter(vide,x), y) = eq(x,y)

est-dans (ajouter (z, x), y) = or (eq(x,y), est-dans (z, y))

- ◆ Avec la méthode précédente, trois tests, insuffisants
 - Les deux résultats possibles de *est-dans* ne sont pas couverts

Affaiblissement des hypothèses par composition d'axiomes

- ◆ On sait que :
 - or (true, true) = true, or (true, false) = true
 - or (false, true) = true, or (false, false) = false
- ◆ On compose ces axiomes avec :
 - est-dans (ajouter (z, x), y) = or (eq(x, y), est-dans (z, y))
- ◆ On obtient quatre cas de test :
 - eq(x, y) = true & est-dans (z, y) = true => est-dans (ajouter (z, x), y) = true
 - eq (x, y) = true & est-dans (z, y) = false => est-dans (ajouter (z, x), y) = false
 - eq (x, y) = false & est-dans (z, y) = true => est-dans (ajouter (z, x), y) = true
 - eq (x, y) = false & est-dans (z, y) = false => est-dans (ajouter (z, x), y) = false

Dépliage

- ◆ Dépliage: une technique classique pour transformer (et comprendre) les définitions récursives
- ◆ Remplacement de $f(op(x))$ par la définition de f , avec remplacement adéquat des variables
 - $fact(n) =_{def} \mathbf{if\ n=0\ then\ 1\ else\ n*fact(n-1)}$ devient :
 - $fact(n) =_{def} \mathbf{if\ n=0\ then\ 1\ else\ if\ (n-1)=0\ then\ n*1\ else\ n*(n-1)*fact(n-2)}$
 - i.e. $fact(n) =_{def} \mathbf{if\ n=0\ then\ 1\ else\ if\ n=1\ then\ 1\ else\ n*(n-1)*fact(n-2)}$
 - etc
 - NB : on remplace la définition de la fonction *fact* par son graphe, i.e. son test exhaustif...

Exemple : tri par insertion

```
type ListeNat is NaturalNumber
```

```
sorts Liste
```

```
opns
```

```
  ∅ :                               → Liste
```

```
  cons :                             Nat, Liste → Liste
```

```
  insérer :                           Nat, Liste → Liste
```

```
eqns
```

```
forall x, y : Nat, l : Liste
```

```
ofsort Liste
```

```
  insérer (x,∅) = cons(x,∅)
```

```
  le(x, y) = true => insérer (x, cons(y, l)) = cons (x, cons(y, l))
```

```
  le(x, y) = false => insérer(x, cons(y, l)) = cons(y, insérer(x,l))
```

```
endtype (* ListeNat *)
```

Couverture des axiomes

- ◆ Trois cas de test

insérer $(x, \emptyset) = \text{cons}(x, \emptyset)$

$\text{le}(x, y) = \text{true} \Rightarrow \text{insérer}(x, \text{cons}(y, l)) = \text{cons}(x, \text{cons}(y, l))$

$\text{le}(x, y) = \text{false} \Rightarrow \text{insérer}(x, \text{cons}(y, l)) = \text{cons}(y, \text{insérer}(x, l))$

- ◆ *Uniformité sur les entiers*

- ◆ *Uniformité sur*

- *les couples Entier , Liste non vide où l'entier est plus petit ou égal au premier de la liste*
- *les couples Entier , Liste non vide où l'entier est inférieur au premier de la liste*

On déplie *le*

- ◆ Définition de *le*

- $eq(x, y) = true \Rightarrow le(x, y) = true$
- $lt(x, y) = true \Rightarrow le(x, y) = true$
- $eq(x, y) = false \ \& \ lt(x, y) = false \Rightarrow le(x, y) = false$

- ◆ On obtient quatre cas de test

$ins\acute{e}rer(x, \emptyset) = cons(x, \emptyset)$

$eq(x, y) = true \Rightarrow ins\acute{e}rer(x, cons(y, l)) = cons(x, cons(y, l))$

$lt(x, y) = true \Rightarrow ins\acute{e}rer(x, cons(y, l)) = cons(x, cons(y, l))$

$eq(x, y) = false \ \& \ lt(x, y) = false \Rightarrow ins\acute{e}rer(x, cons(y, l)) = cons(y, ins\acute{e}rer(x, l))$

On déplie *insérer* dans le dernier cas

- ◆ Dernier cas (récurusif 😊):
 - $eq(x, y) = false \ \& \ lt(x, y) = false \Rightarrow$
 $insérer(x, cons(y, l)) = cons(y, \underline{insérer}(x, l))$
- ◆ *Insérer* est définie par trois axiomes \Rightarrow trois sous-cas
 - premier sous-cas : $insérer(x, \emptyset) = cons(x, \emptyset)$ donc on remplace l par \emptyset
 - $eq(x, y) = false \ \& \ lt(x, y) = false \Rightarrow$
 $insérer(x, cons(y, \emptyset)) = cons(y, cons(x, \emptyset))$

Dépliage de *insérer*, suite

- ◆ Rappel du cas à déplier
 - $eq(x, y) = false \ \& \ lt(x, y) = false \Rightarrow$
 $insérer(x, cons(y, l)) = cons(y, \underline{insérer(x, l)})$
- ◆ sous-cas 2 : $le(x', y') = true \Rightarrow \underline{insérer(x', cons(y', l'))} = cons(x', cons(y', l'))$
- ◆ Donc on remplace l par $cons(y', l')$, x' par x , et on compose les pré-conditions des deux cas
 - $eq(x, y) = false \ \& \ lt(x, y) = false \ \& \ le(x, y') = true \Rightarrow$
 $insérer(x, cons(y, cons(y', l')))) = cons(y, cons(x, cons(y', l')))$
 - NB : pour ceux qui connaissent, c'est de l'unification, puis de la réécriture
 - C'est le sous-cas $y < x$ et $x \leq y'$

Dépliage de *insérer*, fin

◆ Rappel du cas à déplier

- $eq(x, y) = false \ \& \ lt(x, y) = false \Rightarrow$

$$insérer(x, cons(y, l)) = cons(y, \underline{insérer(x, l)})$$

◆ sous-cas 3 : $le(x', y') = false \Rightarrow \underline{insérer(x', cons(y', l'))} = cons(y', insérer(x', l'))$

◆ Donc on remplace l par $cons(y', l')$, x' par x , et on compose les conditions

- $eq(x, y) = false \ \& \ lt(x, y) = false \ \& \ le(x, y') = false \Rightarrow$

$$insérer(x, cons(y, cons(y', l'))) = cons(y, cons(y', insérer(x, l')))$$

- C'est le cas $y < x$ et $y' < x$

On peut continuer...

◆ Dans le sous-cas 2

- $eq(x, y) = false \ \& \ lt(x, y) = false \ \& \ le(x, y') = true \Rightarrow$
 $insérer(x, cons(y, cons(y', l'))) = cons(y, cons(x, cons(y', l')))$
- On peut déplier *le*

◆ Dans le sous-cas 3

- $eq(x, y) = false \ \& \ lt(x, y) = false \ \& \ le(x, y') = false \Rightarrow$
 $insérer(x, cons(y, cons(y', l'))) = cons(y, cons(y', insérer(x, l')))$
- On peut déplier *le* et *insérer*
- Quand s'arrête-t-on?

Quand et comment s'arrêter

- ◆ En fonction du contexte (risque, coût, délais), on décide pour chaque spécification :
 - Quels prédicats décomposer
 - Quelles opération déplier et combien de fois (rarement plus d'une fois)
- ◆ Une bonne stratégie standard : composer tous les sous-cas deux à deux
 - NB : on peut avoir des compositions de sous-cas infaisables

Le problème de l'oracle

- ◆ décider de l'égalité de t_P et t'_P , ou décider si un prédicat est valide ou non
- ◆ Le cas simple :
 - la sorte s de t et t' correspond à un type du langage de programmation (sorte observable)
 - ou on teste un prédicat
- ◆ “Hypothèse d'oracle” faible : l'égalité sur les types du langage, et les booléens sont implémentés correctement

Les autres cas

- ◆ Comment tester que
 $\text{retirer}(\text{ajouter}(\text{ajouter}(z, x), y) =$
 $\text{ajouter}(\text{retirer}(\text{ajouter}(z, x)), y) ?$
- ◆ Ou même que :
 $\text{insérer}(x, \text{cons}(y, \emptyset)) = \text{cons}(y, \text{cons}(x, \emptyset)) ?$
- ◆ Solution : *les contextes observables*
 - On teste que toutes les observations qu'on peut faire sur les deux résultats sont égales
 - **Observation** : composition d'opérations qui donne un résultat observable
 - On peut être amené à ajouter des observateurs, voire une égalité... (dangereux)

Tous les contextes sont nécessaires pour certaines fautes!

```
proc empty_stack() ;
    stack.h := 0 ; stack.foo := 2 ;
end empty_stack ;
proc push(x: natural) ;
    stack.a[stack.h] := x ; stack.h := stack.h + 1 ; stack.foo := stack.foo+1;
end push ;
proc pop() ;
    if stack.h > 0 then stack.h := stack.h - 1 ; stack.foo := 0 ; end if ;
end pop ;
proc top() ;
    if stack.foo = 1 then return stack.h ;    --!!! 💣
    elseif stack.h > 0 then return stack.a[stack.h] ; end if ;
end top ;
```