

---

Prof. Burkhart Wolff  
wolff@iri.fr

## TP 3 - Inductive Sets and Inductive Predicates in Isabelle/HOL

Semaine du 9 octobre 2018

### Exercice 1 (Inductive sets - Inductive Proofs)

Definir le sous-ensemble de l'ensemble des nombres entiers contenant juste les nombres pairs  
Even :

1. soit par le *specification construct inductive\_set* ou par *inductive* (predicate)
2. prouver que  $4 \in \text{Even}$
3. prouver que  $3 \notin \text{Even}$

Objectif : essayer d'abord de trouver les preuves elementres avec Isabelle proof methods, i.e. *subst*, *rule*, *rule\_tac*, *erule*, *erule\_tac* avant d'appliquer des methodes d'Isar comme *simp* and *auto* plus avancées. Finir avec une version finale qui soit le plus compact que possible.

### Exercice 2 (Parametric Inductive Sets)

1. Definir le prédicat *path* qui etabli s'il y a un chemin de deux points differents dans un graphe donné par une relation de type  $(\alpha \times \alpha)\text{set}$ .  
(Hint : Il s'agit d'une forme de cloture transitive non-reflexive).
2. Preuve : si la relation est just le successeur (+1), que qu'il y a un chemin de 11 a 13 dans cette relation.
3. Pour n'importe qu'elle relation *A*, s'il y a un chemin de *a* a *b*, et s'il y a un chemin de *b* a *c*, il y a un chemin de *a* a *c* (transitivité).

Hints :

1. apply variant proof method : *induct if possible!*

### Exercice 3 (Modeling Exercise)

On define le  $\lambda$ -calcul type a l'intérieur de HOL.

1. Definir les "termes" (abstract syntax tree) du  $\lambda$ -calcul par un "inductive data type"
2. Definir les "types" (abstract syntax tree) du  $\lambda$ -calcul par un "inductive data type"
3. Definir les environnements  $\Sigma$  et  $\Gamma$  de manière appropriée
4. Definir comme relation sur quatuple la notion : term *t* est bien typé par rapport a  $\tau$  dans les environnements  $\Sigma$  et  $\Gamma$
5. Prouver un cas simple que  $(=)True$  est de type  $Bool \rightarrow Bool$  dans ce model du  $\lambda$ -calcul a l'interieur de HOL .

Hints : Reviser les slides du cours *Introduction du lambda calcul*, pages 25 ff. On ne prend pas l'instantiation des types  $\theta$  dans notre model en compte.