
Prof. Burkhart Wolff
wolff@iri.fr

TP 3 - Inductive Sets and Inductive Predicates in Isabelle/HOL

Semaine du 9 octobre 2018

Exercice 1 (Inductive sets - Inductive Proofs)

Definir le sous-ensemble de l'ensemble des nombres entiers contenant juste les nombres pairs
Even :

1. soit par le *specification construct inductive_set* ou par *inductive* (predicate)
2. prouver que $4 \in \text{Even}$
3. prouver que $3 \notin \text{Even}$

Objectif : essayer d'abord de trouver les preuves elementres avec Isabelle proof methods, i.e. *subst*, *rule*, *rule_tac*, *erule*, *erule_tac* avant d'appliquer des methodes d'Isar comme *simp* and *auto* plus avancées. Finir avec une version finale qui soit le plus compact que possible.

Exercice 2 (Parametric Inductive Sets)

1. Definir le prédicat *path* qui etabli s'il y a un chemin de deux points differents dans un graphe donné par une relation de type $(\alpha \times \alpha)\text{set}$.
(Hint : Il s'agit d'une forme de cloture transitive non-reflexive).
2. Preuve : si la relation est just le successeur (+1), que qu'il y a un chemin de 11 a 13 dans cette relation.
3. Pour n'importe qu'elle relation *A*, s'il y a un chemin de *a* a *b*, et s'il y a un chemin de *b* a *c*, il y a un chemin de *a* a *c* (transitivité).

Hints :

1. apply variant proof method : *induct if possible!*

Exercice 3 (Modeling Exercise)

On define le λ -calcul type a l'intérieur de HOL.

1. Definir les "termes" (abstract syntax tree) du λ -calcul par un "inductive data type"
2. Definir les "types" (abstract syntax tree) du λ -calcul par un "inductive data type"
3. Definir les environnements Σ et Γ de manière appropriée
4. Definir comme relation sur quatuple la notion : term *t* est bien typé par rapport a τ dans les environnements Σ et Γ
5. Prouver un cas simple que $(=)True$ est de type $Bool \rightarrow Bool$ dans ce model du λ -calcul a l'interieur de HOL .

Hints : Reviser les slides du cours *Introduction du lambda calcul*, pages 25 ff. On ne prend pas l'instantiation des types θ dans notre model en compte.